



5. LES NOMS PROPOSÉS PAR J. H. CONWAY

Le célèbre mathématicien John Conway (à gauche) et le linguiste Allan Wechsler ont soigneusement mis au point un système qui permet de nommer les N-illions au-delà de $N = 9$, ce qui prolonge donc le système de Chuquet.

Ce système attribue un nom normalisé (en anglais, mais aussi en français, car l'adaptation est immédiate) à toutes les puissances de 10 de la forme 10^{6k} , et donc à tous les entiers.

On traite d'abord le cas où $9 < N \leq 999$ en utilisant le tableau suivant :

UNITÉS	DIZAINES	CENTAINES
1 un	(n)dec	(n)(x)centi
2 duo	(n)vinginti	(n)ducenti
3 tre	(n)(s)triginta	(n)(s)trecenti
4 quattuor	(n)(s)quadraginta	(n)(s)quadringenti
5 quinqa	(n)(s)quinquaginta	(n)(s)quingenti
6 se	(n)sexaginta	(n)sescenti
7 septe	(n)septuaginta	(n)septingenti
8 octo	(m)(x)octoginta	(m)(x)octingenti
9 nove	nonaginta	nongenti

– *tre* devient *tres* et *se* devient *ses* devant les mots précédés d'un (s) : exemple *trestrecenti*

– *se* devient *sex* devant les mots précédés d'un (x)

– *septe* et *nove* deviennent *septem* et *novem* devant les mots précédés d'un (m)

– *septe* et *nove* deviennent *septen* et *noven* devant les mots précédés d'un (n)

Un 543-illion = $10^{543 \times 6}$ s'appelle ainsi un tresquadragintaquingentillion.

Pour un N au-delà de mille, le N-illion s'obtient : (i) en séparant les chiffres de N par tranches de 3 (exemple : 81 000 000 321) ; (ii) en juxtaposant les noms donnés par le tableau ci-dessus ; (iii) en remplaçant illion par illi tant qu'on n'est pas au bout ; (iv) en utilisant nilli pour 0 quand c'est nécessaire.

Ainsi, un 81 000 000 321-illion = $10^{6 \times 81000000321}$ est donc un unoctogintillinillinillinunvigintitrecentillion

Le nombre d'Archimède $10^{8 \times 10^8} = 10^{800000000} = 100 \times 10^6 \times 133\,333\,333$ est donc : cent tetrigintacentillitetrigintatrecentillitetrigintatrecentillion.

nous a appris qu'il existe une infinité de nombres premiers, mais combien existe-t-il de lipopremiers ?

NOMBRE DE LIPOPREMIERS

Puisqu'il n'existe qu'une soixantaine de millions de liponombres en tout, il serait possible, avec un ordinateur de bureau, de les tester un par un pour trouver lesquels sont premiers. Il est plus amusant d'éliminer d'emblée ceux dont on voit facilement qu'ils ne peuvent pas l'être, car multiples de 2, 3 ou 5.

On sait que tout nombre qui se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8 est pair, donc ne peut pas être premier. Un liponombre pair de composantes $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7$ s'obtient donc en choisissant une valeur parmi treize pour C_1 , pour C_2 , jusqu'à C_6 , puis une valeur parmi huit (0, 6, 8, 10, 18, 20, 26 ou 28) pour C_7 . En prenant en compte le cas où tous les C_i sont nuls, le nombre des lipo-

nombres pairs est $(13^6 \times 8) - 1 = 38\,614\,471$. De même, on voit qu'il y a $13^6 \times 5$ liponombres impairs. Les nombres terminés par 0 ou 5 sont des multiples de 5, donc ne sont pas premiers (sauf 5, bien sûr). Ce sont les liponombres pour lesquels C_7 vaut 0, 5, 10 ou 25. Ceux terminés par 0 ou 10 ont déjà été éliminés. Les liponombres divisibles par 5, mais non par 2, sont donc ceux terminés par 5 ou 25, qui sont au nombre de $13^6 \times 2$. On voit finalement que les liponombres pouvant être premiers sont donc ceux pour lesquels C_7 vaut 1, 3 ou 23, plus le nombre 5 lui-même, c'est-à-dire $(13^6 \times 3) + 1 = 14\,480\,428$.

Intéressons-nous maintenant aux multiples de 3. On sait qu'en base dix un nombre est divisible par 3 si et seulement si la somme de ses chiffres l'est. Dans le cas des liponombres, cela revient à dire que la somme $C_1 + C_2 + \dots + C_7$ est divisible par 3. Nous savons déjà que C_7 doit être égal à 1, 3 ou 23,

nombres qui ont pour restes respectifs 1, 0 et 2 dans la division par 3. Donc, une fois connus $C_1, C_2 \dots C_6$ (pour un liponombre non multiple de 2 ou 5), il y a toujours une façon unique de trouver C_7 pour que le nombre résultant soit multiple de 3.

On obtient ainsi que le nombre de liponombres potentiellement premiers (non multiples de 2, 3 ou 5) est : $(13^6 \times 2) + 1 = 9\,653\,619$.

Nicolas Graner a testé tous ces nombres un par un à l'aide d'un programme capable de déterminer efficacement si un nombre est premier ou non. Il a utilisé une méthode probabiliste : lorsque le programme affirme qu'un nombre est composé, il l'est effectivement, mais, lorsque le programme affirme qu'un nombre est premier, il y a un risque pour qu'il ne le soit pas réellement. Le risque d'erreur qu'il a accepté de prendre est d'environ 10^{-15} , ce qui fait qu'on doit être confiant dans son résultat. Une vérification n'utilisant pas un algorithme probabiliste est possible et sera sans doute rapidement faite. La conclusion de cette étude exhaustive et des calculs de l'ordinateur est : il existe exactement 512 233 lipopremiers.

Les plus petits (qu'on peut bien sûr trouver à la main) sont : trois, cinq, vingt-trois, un million trois, six millions vingt-trois, huit millions vingt-trois, etc., ce qui, en écriture décimale, donne 3, 5, 23, 1 000 003, 6 000 023, 8 000 023, etc.

Plus intéressant, la recherche de Nicolas Graner aboutit au résultat suivant : le plus grand lipopremier est : vingt-huit quintillions vingt-huit quadrillions vingt-huit trillions vingt-huit billions vingt-six milliards huit millions trois, soit 28 000 028 000 028 000 028 026 008 000 003.

On constate que la proportion de nombres premiers parmi les liponombres est : $512\,233 / 62\,748\,516$, soit environ $1/122$. Or, parmi l'ensemble de tous les entiers inférieurs à vingt-huit quintillions, cette proportion est d'environ $1/71$. Un liponombre pris au hasard a donc nettement moins de chances d'être premier qu'un entier pris au hasard (mais inférieur à la limite des liponombres)! Cela s'explique par le fait que le dernier chiffre des liponombres n'est pas réparti uniformément, mais est déterminé par les treize valeurs possibles de la dernière composante. La proportion de liponombres divisibles par deux ou cinq est de $10/13$ (77 pour cent) contre seulement $6/10$ (60 pour cent) pour les nombres ordinaires. En éliminant tous les multiples de 2 et de 5, la proportion de nombres premiers parmi les liponombres restants est : $512\,233 / 14\,480\,428 = 1/28$, ce qui cette fois correspond, à peu de chose près, à la proportion de nombres premiers parmi

