

Sur la figure 1, la courbe représentée est un N incliné. Ensuite, on applique à ce générateur les quatre mêmes transformations qu'aux carrés avec un L.

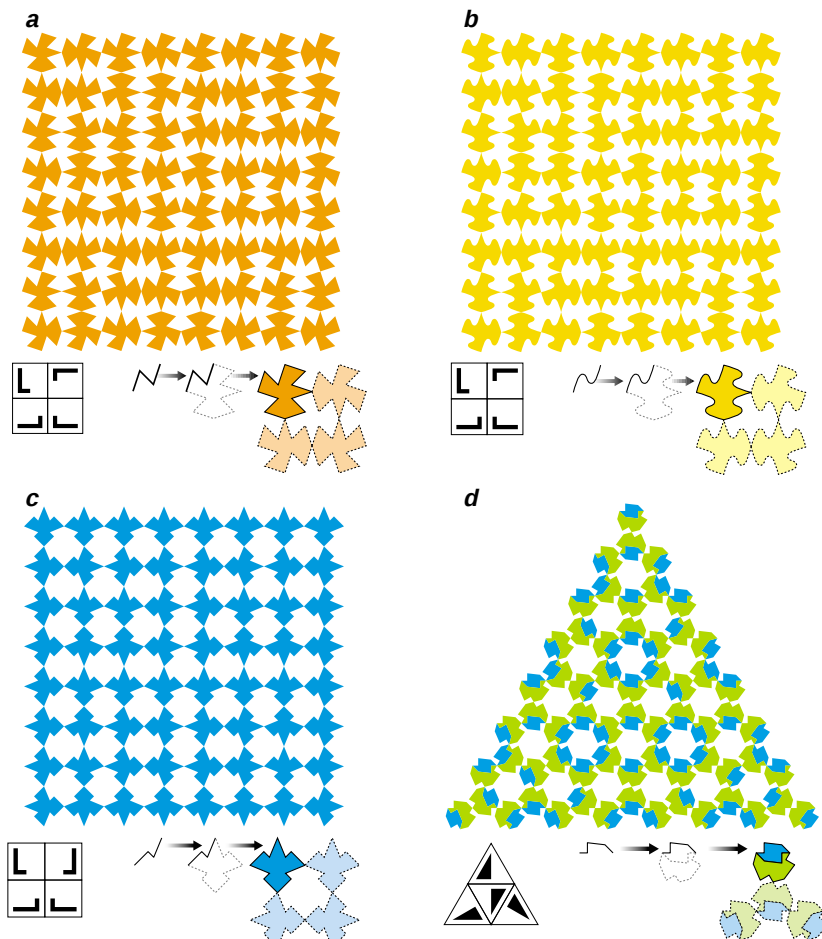
À partir de ce générateur particulier, nous obtenons un pavé dont la forme évoque un oiseau ou un petit fantôme. Comme on l'a fait pour les carrés, on peut répéter les transformations, afin de couvrir une partie du plan.

La figure 2 montre d'autres pavages réalisés avec la même méthode. Quand on utilise le même générateur en forme de N avec une autre série de transformations, on obtient un pavé différent et un nouveau motif (voir la figure 2a). En changeant seulement la forme du générateur, on obtient des pavés différents, mais on conserve le motif (voir la figure 2b). La figure 2c montre notamment que certains générateurs conduisent à des pavages où apparaissent deux formes : ici la forme bleue et la forme blanche.

Les motifs qui apparaissent par ces procédures sont généralement apériodiques : ils ne sont pas la simple répétition d'une forme comme sur un papier peint. Néanmoins, si la série de transformations ne compte que des translations (donc ni rotation ni réflexion), on obtient aussi des pavages périodiques. De même, à partir de notre premier exemple – quatre carrés avec un L, mais tous orientés dans le même sens –, ces transformations ne produiraient que des pavages périodiques.

Évidemment, on peut encore utiliser la méthode pour d'autres pavés. N'importe quel pavé convient si sa répétition crée un pavé plus grand, mais de forme identique. Par exemple, quatre copies d'un triangle équilatéral forment un triangle équilatéral de taille supérieure, qui engendre des motifs remarquables (voir la figure 2d). Je vous invite à tester d'autres formes : les pavages de ce type n'ont pas été systématiquement recensés, de sorte que vous ferez des découvertes intéressantes.

Les mathématiciens cherchent souvent des généralisations, par exemple, aux dimensions supérieures. Or, la méthode de pavage examinée ici fonctionne aussi en trois dimensions : en associant huit copies d'un cube, on obtient un nouveau cube plus gros que le premier. On peut même créer des pavés fractals, c'est-à-dire des formes divisibles en parties qui sont des versions réduites de la forme initiale. D'ailleurs, la méthode de pavage décrite par M. Châtelain se fonde sur certaines des méthodes utilisées pour construire des fractales. C'est un moyen délicieusement simple de créer des dessins merveilleusement complexes.

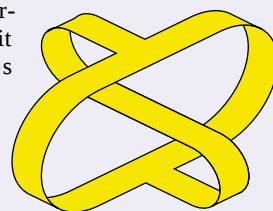


2. On obtient ces pavages en changeant le détail de la procédure de pavage. Quand on applique des transformations différentes au même générateur en forme de N, le pavé et le pavage seront différents (a). Si l'on conserve les transformations, en modifiant le générateur, la disposition du pavage reste la même, mais le pavé est différent (b). Parfois, cette méthode conduit à plus d'une seule forme de pavés (c). On peut aussi utiliser des triangles équilatéraux pour décrire les transformations (d) : quand les rotations à l'œuvre dans la figure à quatre triangles sont appliquées au générateur, on obtient des pavés qui s'assemblent en motif triangulaire.

Réactions

Dans plusieurs de mes articles récents, nous avons considéré des propriétés topologiques. Du Missouri, Josiah Manning m'a fait parvenir une intéressante variation sur le ruban de Möbius. Souvent réalisé à partir d'une longue bande de papier dont on colle les extrémités après en avoir tourné une de 180 degrés, le ruban de Möbius n'a qu'une seule face et un seul bord. La surface de J. Manning a cette même propriété (voir la figure ci-dessous), bien qu'elle diffère du ruban par des bifurcations.

Cependant, les topologistes se méfient des apparences : d'un point de vue topologique, une tasse à café est identique à une chambre à air, car toutes deux sont des surfaces avec un trou (au milieu de la chambre à air et dans l'anse de la tasse). L'élégante surface de J. Manning est-elle topologiquement équivalente à un ruban de Möbius ? Si elle était en caoutchouc, pourrait-on obtenir le ruban de Möbius habituel en l'étirant, en l'incurvant ou en lui appliquant toute autre transformation continue ? Si vous voulez vous amuser à examiner cette question, n'oubliez pas que, pour déterminer une équivalence topologique, vous avez le droit de couper une forme, sous réserve de recoller les deux lèvres exactement comme elles l'étaient initialement (en effet, une même forme topologique peut être plongée dans l'espace de différentes manières). Je donnerai la réponse dans un prochain article.

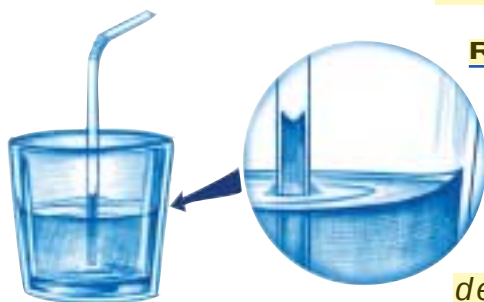


La montée de la sève

ROLAND LEHOUCQ

Les arbres transportent la sève à des hauteurs vertigineuses par un mécanisme qui n'est ni du pompage ni de l'aspiration, mais qui résulte de la transpiration des feuilles.

Dessins de Bruno Vacaro



L'aspect le plus surprenant de la circulation de la sève dans les végétaux est la hauteur à laquelle ce liquide peut s'élever, plus de 100 mètres pour les plus grands arbres, tels les séquoias. Quel mécanisme est-il capable de faire monter un liquide aussi haut ?

La sève est le sang des végétaux. Elle véhicule l'eau, mais aussi les substances nutritives et les déchets que les différentes parties de la plante doivent recevoir ou éliminer. La circulation se fait à travers des vaisseaux, qui jouent le même rôle que les vaisseaux sanguins d'un animal, constitués d'une structure de cellules mortes vidées de leur protoplasme. Ces vaisseaux forment des conduits continus d'un diamètre compris entre 20 et 400 micromètres selon les plantes. La lignine, paroi des conduits, est un polymère dur et imperméable qui lui confère une bonne résistance mécanique et facilite l'écoulement de l'eau.

Pour boire un liquide avec une paille, il faut aspirer. Lorsque le diamètre de la paille est suffisamment faible, l'aspiration est inutile, car l'eau monte spontanément d'une hauteur inversement proportionnelle au diamètre de la paille. Ce phénomène surprenant résulte de la tension superficielle qui minimise la surface d'un liquide. Une molécule située à l'intérieur d'un liquide est liée à ses voisines par des forces à courte portée. Une molécule située à la surface du liquide est moins entourée, donc moins liée aux autres molécules : son énergie est supérieure. La création d'une interface requiert ainsi une énergie proportionnelle à l'aire de la surface obtenue. Le quotient énergie/surface est la tension superficielle.

Un liquide en contact avec une surface adopte spontanément la forme qui minimise la somme de son énergie de contact avec l'air et avec la

surface. Ainsi, lorsque l'on plonge une lame de verre dans un liquide, ce dernier monte sur les parois sous l'effet de la tension superficielle. Le petit ménisque que l'on observe sur les parois internes d'un verre d'eau résulte de ce phénomène. Par cette ascension capillaire, la sève, dont la tension de surface est proche de celle de l'eau, monte spontanément, dans les plus fins conduits, de moins de un mètre (la montée capillaire est limitée par la gravité). Manifestement, la capillarité n'explique pas l'ascension de la sève dans les arbres.

UN ARBRE BAROMÉTRIQUE ?

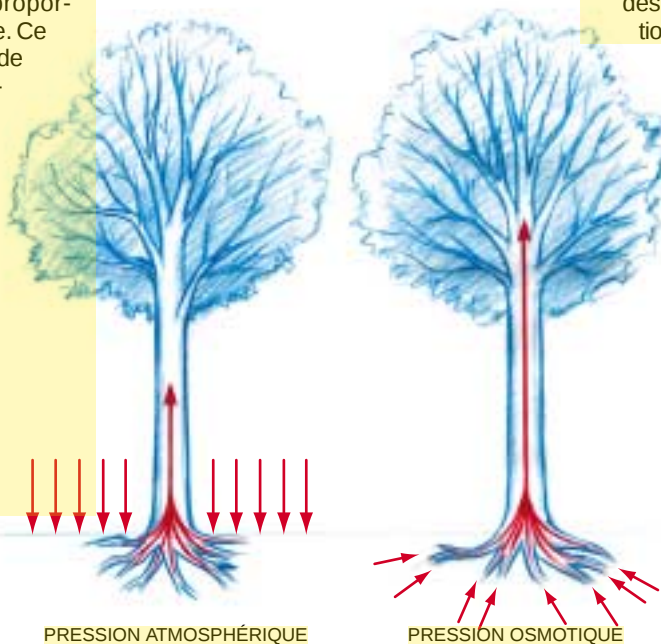
Comme le mercure qui monte dans un baromètre, ne pourrait-on imaginer que la sève se hisse dans les vaisseaux, poussée par la pression atmosphérique ? Dans un baromètre, la pression atmosphérique soutient une colonne de liquide contre la gravité. La hauteur atteinte est proportionnelle à la densité du liquide. Dans un baromètre à mercure,

la hauteur atteint 76 centimètres. L'eau étant 13,6 fois moins dense que le mercure, la hauteur atteinte par l'eau dans un baromètre est de 10,3 mètres. C'est aussi la hauteur maximale que pourrait atteindre la sève si la pression atmosphérique qui s'exerce sur le sol et qui se transmet à la sève par l'intermédiaire des racines était responsable de sa montée. C'est insuffisant et l'ascension de la sève dans le tronc des grands arbres semble défier les lois de la pesanteur.

UNE SÈVE TROP SUCRÉE

La chimie peut-elle expliquer le phénomène ? La concentration de la sève en éléments nutritifs varie au cours du cycle annuel. Certains arbres, comme les érables qui donnent un délicieux sirop, ont, au printemps, une sève dont la concentration en sucre est bien supérieure à celle du sol qui entoure les racines. Or, lorsque deux solutions de concentrations différentes sont séparées par une membrane perméable à l'eau, mais imperméable au soluté (comme l'est la paroi des racines), l'eau diffuse de la solution la moins concentrée vers la solution la plus concentrée.

Cette diffusion induit une pression, nommée pression osmotique, explicable par une analogie. Un filet de pêcheur figure la membrane et les poissons représentent le sucre. Imaginons qu'il y a des poissons à l'intérieur du filet (la concentration à l'intérieur est supérieure à celle qui règne à l'extérieur). L'eau pouvant passer librement par les mailles du filet, la pression hydrostatique s'équilibre. En revanche, les poissons qui sont confinés dans le filet exercent par leurs chocs successifs une pression sur les mailles, la pression osmotique. L'eau ne joue pas de rôle sur le volume du filet, seuls les poissons y contribuent.





La pression osmotique de la sève des érables vaut environ 2 atmosphères et permettrait à la sève de s'élever d'à peu près 21 mètres. C'est encore insuffisant, mais la pression osmotique contribue à la montée printanière de la sève, lorsque la sève des racines est concentrée en matières nutritives produites lors de l'été précédent.

LES FEUILLES SUENT

La solution à notre problème provient de ce que la circulation est ouverte : l'eau peut sortir de l'arbre. Le moteur qui fait monter la sève est le Soleil. Le courant de sève circule des racines les plus fines jusqu'aux capillaires des feuilles, où plus de 90 pour cent de l'eau de la sève s'évapore. Ainsi, une forêt d'un hectare évapore entre 3 000 à 4 000 tonnes d'eau par an. Cette évaporation assure la régulation thermique de la plante (l'évaporation refroidit), mais aussi la circulation de la sève.

Grâce à la capillarité, l'eau qui s'évapore par les pores de la feuille est remplacée par celle qui est amenée par la sève située plus bas. Cette évaporation tire du liquide vers le haut, car la colonne, ininterrompue depuis les racines, se déplace en bloc. Le fractionnement d'une colonne de liquide en deux parties aug-

menterait son énergie superficielle d'une quantité égale au double du produit de la tension superficielle par la section de la colonne. Autrement dit, pour fractionner la colonne du liquide, il faudrait exercer une force de traction supérieure aux forces de cohésion entre les molécules situées de part et d'autre de la surface de séparation. La sève peut monter si haut parce qu'elle supporte les contraintes de traction de quelques atmosphères, imposée par la transpiration foliaire (plusieurs centaines d'atmosphères sont nécessaires pour rompre une colonne d'eau).

Dans une certaine mesure, le liquide se comporte comme un solide dont la résistance à la traction est très grande : le Soleil tire un fil de sève solide des racines jusqu'aux feuilles. La sève n'est donc pas poussée par le bas, mais bien tirée vers le haut. Seulement, la sève n'est pas un solide et elle subit des tensions qui peuvent créer des bulles, néfastes à sa bonne circulation.

Au voisinage des racines, la pression de la sève est proche de la pression atmosphérique. À mesure que l'on s'élève, la tension due à l'évaporation fait que la pression de la sève diminue jusqu'à - 4 atmosphères dans les canaux des feuilles d'un arbre dont la hauteur dépasse 50 mètres, alors que la pression qui s'exerce sur les feuilles est de une atmosphère. On tire tant sur les molécules du liquide qu'elles s'éloignent et peuvent devenir gazeuses. Ainsi, la baisse de pression peut faire bouillir la sève liquide : c'est la cavitation. Ce phénomène de cavitation fait apparaître une microbulle qui, envahissant une fraction appréciable du conduit, arrête l'ascension. L'arbre subit une « embolie ». Les arbres mettent en œuvre des moyens variés pour circonvenir cette difficulté. Pour la plupart des espèces, l'embolie est très localisée et, soit les vaisseaux où la sève ne circule plus redeviennent fonctionnels, soit de nouveaux tubes conducteurs formés au printemps sont utilisés.

UNE LENTE MONTÉE

À quelle vitesse monte la sève ? L'énergie nécessaire à l'évaporation de l'eau provient du rayonnement solaire. On

calcule ainsi une vitesse de la sève dans les feuilles de 0,4 millimètre par heure, directement proportionnelle au flux solaire. Plus bas, dans le tronc, la propagation dépend essentiellement du dia-



mètre des conduits et de la viscosité de la sève. On obtient des vitesses de l'ordre de quelques mètres par heure. Encore plus bas, pour pénétrer dans les racines, l'eau doit traverser la paroi des cellules des racines dont l'épaisseur est d'environ dix nanomètres. Cette diffusion, relativement lente, se fait à des vitesses de l'ordre de 0,04 millimètre par heure. Or, les quantités d'eau qui traversent les racines, le tronc et les feuilles sont identiques, car le débit se conserve. Comme le débit est le produit de la vitesse par la surface, plus la vitesse est faible, plus la surface doit être importante. Ainsi, pour conserver le débit, la surface des feuilles doit être environ 2 500 fois supérieure à celle du tronc et les racines doivent avoir une surface dix fois plus grande encore. En regardant un arbre, il faut donc imaginer que son réseau de racines est bien plus développé que son feuillage visible ! Dans les racines, la plus grande partie de cette surface résulte de la présence d'innombrables radicelles.

Roland LEHOUCQ est astrophysicien au Service d'astrophysique du CEA.

S. Delrot, *Les sèves et leur circulation*, in *Dossier Pour la Science, De la graine à la plante*, janvier 2000.

A. Mineyev, *Why do trees grow so tall, but not taller?*, in *Quantum*, p. 4, janvier / février 1994.

M.H. Zimmermann, *How sap moves in trees*, in *Scientific American*, p. 132, mars 1963.

