

JEU-CONCOURS N° 73

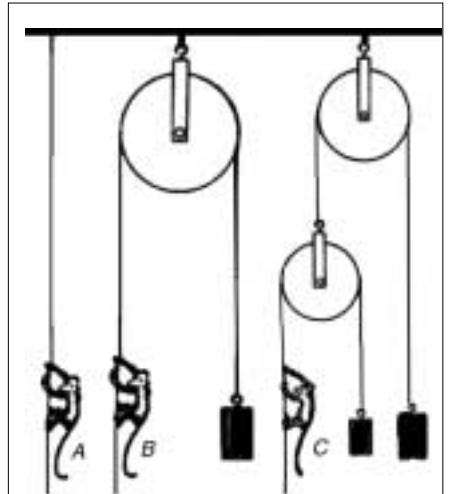
PIERRE TOUGNE

Dynamique de grimpeurs

Imaginons trois singes *A*, *B* et *C* sur les dispositifs représentés ci-contre. Pour le premier singe *A*, la corde est fixée au plafond. La corde du second singe *B* passe par une poulie fixée au plafond à laquelle est attaché un poids égal au poids du singe, le maintenant ainsi en équilibre. Enfin pour le troisième singe *C*, la corde équilibrée par son poids passe par une poulie elle-même fixée à une corde passant par une poulie fixée au plafond à laquelle est attaché un poids égal au double du poids du singe.

Au départ, les trois singes sont à la même hauteur ainsi que les contrepoids et ils grimpent de façon identique. Lorsque le singe *A* a parcouru une hauteur *x* vers le plafond, quelles sont les distances parcourues par les singes *B* et *C* ?

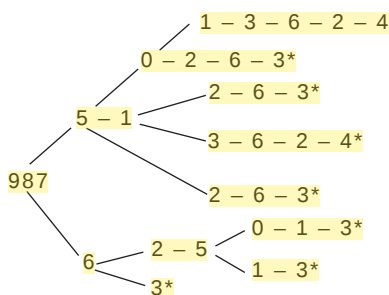
On supposera que les cordes sont sans masse et qu'elles glissent sans frottement sur les poulies, elles-mêmes sans masse.



Envoyez vos réponses aux questions à *Pour la Science*, 8, rue Férou, 75278 Paris Cedex 06. Parmi les réponses exactes reçues en juillet 2000, dix gagnants recevront un livre.

RÉPONSE AU JEU-CONCOURS N° 71

Afin de chercher les nombres répondant au problème, il suffisait de faire les quelques remarques suivantes. Toute permutation circulaire d'un nombre solution est encore un nombre solution, donc on peut choisir le premier chiffre, disons 9 (dans le but de trouver le nombre solution le plus grand). Le successeur du dernier chiffre doit être 9, donc ne peut être que 4, car $2^* x + a = 9 \text{ mod}(10)$ $a = 0, 1, 2$ n'a que la solution $x = 4$. Les successeurs de 9 ne peuvent être que 0 et 8 (9 ayant déjà été utilisé), choisissons 8 dont les successeurs possibles sont 6 et 7, choisissons 7 et ainsi de suite. On construit ainsi un arbre dont les branches s'interrompent, soit parce qu'il n'y a pas de successeur possible (car déjà utilisé auparavant) ou que le chiffre 4 ait été atteint prématurément (avant la dixième position). L'arbre ci-dessous est un exemple où les branches mortes sont signalées par un astérisque.



En procédant ainsi, on trouve les six nombres suivants :

9875013624
9863750124
9862501374
9026387514
9025138764
9013875264

dont toutes les permutations circulaires conduisent à 60 nombres solutions, le plus grand étant 9875012624 et le plus petit 0124986375.

Remarquez que leur somme fait 9999999999, mais si souvent le complémentaire à 9 d'un nombre solution est aussi un nombre solution, ce n'est pas toujours le cas (exemple 9025138764). Ces