



Paradoxes perdus et retrouvés

IAN STEWART

Une analyse logique attentive élimine bien des paradoxes. Ceux qui subsistent révèlent les mécanismes de la pensée.

Les paradoxes logiques sont parmi les problèmes mathématiques les plus troublants. Les plus difficiles d'entre eux sont les énoncés auto-contradictaires, dont le plus connu est : « Cette phrase est fausse ». Pour les analyser, le logicien doit chercher le sens précis des mots. Certains paradoxes qui résistent à un examen sévère montrent les limites de la pensée logique ; d'autres cèdent facilement.

Dans cet article, je vous propose d'examiner quelques paradoxes de ces

deux catégories, avec une appréciation toute personnelle de leur intérêt.

Protagoras, philosophe grec, qui enseignait le droit au ^ve siècle avant notre ère, accepta qu'un de ses élèves ne paie ses leçons qu'après sa première plaidoirie gagnée. Or celui-ci n'eut aucun client et Protagoras menaça de le poursuivre, pensant gagner le procès dans tous les cas : l'élève devait payer si la cour donnait raison à Protagoras, et il devait également payer si elle lui donnait tort, car le jeune homme

aurait alors gagné son premier procès. Cependant, l'élève fit le raisonnement opposé : si Protagoras gagne, l'accord passé stipule qu'aucune somme n'est due, aucun procès n'ayant été gagné par l'élève ; et si Protagoras perd, c'est la cour qui décide qu'aucun argent ne doit lui être versé.

Ces raisonnements amusants sont incohérents : ils soutiennent que l'accord de Protagoras et de son élève est valide pendant une moitié de leur raisonnement, mais ils admettent que la cour est une instance supérieure, au cours de l'autre moitié du raisonnement.

La véritable question est : pourquoi la cour est-elle sollicitée ? Parce qu'elle doit lever les ambiguïtés du contrat et, éventuellement, se substituer à lui : si la cour donne raison à Protagoras, l'élève doit payer parce que la cour en a décidé ainsi ; et, si la cour donne raison à l'élève, celui n'est pas tenu de payer, parce que la cour l'a décidé. Laminé par la logique, le paradoxe s'évanouit : c'est un exemple de « paradoxe perdu ».

Analysons maintenant un paradoxe autrement intéressant, qui fut présenté par le logicien français Jules-Antoine Richard. En français, seules certaines phrases définissent des nombres entiers positifs : « L'année de la Révolution française » définit l'entier 1789, tandis que « La Déclaration des droits de l'homme a une grande importance historique » ne définit aucun nombre. Considérons l'expression : « Le plus petit entier positif que l'on ne peut pas définir par une phrase en français de moins de 23 mots ». Quel que soit ce nombre indéfinissable en moins de 23 mots, nous venons précisément de le définir en 22 mots : paradoxe !

Analysons le problème. On éviterait le paradoxe si la proposition considérée ne définissait pas de nombre entier : elle ne serait alors pas autocontradictoire, et le paradoxe disparaîtrait. Étu-

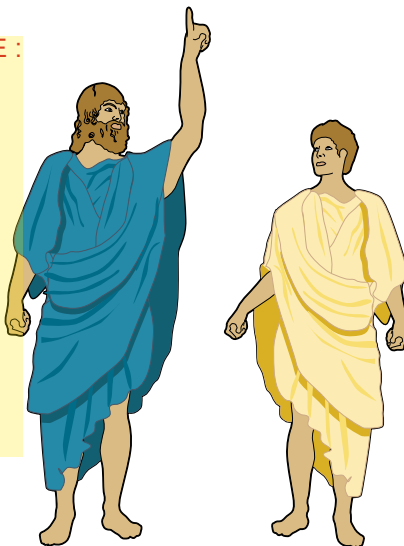
LE PARADOXE DE PROTAGORAS

LE PROBLÈME :

Le philosophe grec Protagoras donna des leçons de droit à un élève et accepta que celui-ci ne le paie qu'après son premier procès gagné. Cependant, l'élève n'eut aucun client et Protagoras lui intenta un procès.

LE PARADOXE :

Protagoras pensait qu'il gagnerait dans tous les cas, car :
 ¥ Si la cour lui donne raison, son élève sera tenu de le payer.
 ¥ Si la cour donne raison son élève, celui-ci devra le payer, car il aura gagné son premier procès.



L'élève était certain de gagner dans tous les cas, car :
 ¥ Si la cour lui donne raison, il n'aura rien à payer.
 ¥ Si elle donne raison à Protagoras, il ne sera pas tenu de le payer, n'ayant pas encore gagné un seul procès.

LA SOLUTION :

La cour doit invalider le contrat si nécessaire. Il s'ensuit que les deux secondes parties des raisonnements, de Protagoras comme de son élève, sont incorrectes.

