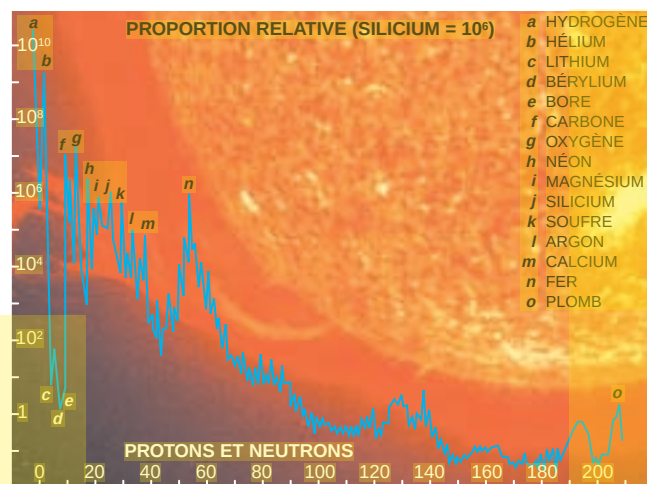


électrostatique entre protons et la force d'attraction entre nucléons, arbitré par des règles de mécanique quantique, telle la règle de remplissage des couches ou le principe d'exclusion de Pauli.

INVENTAIRE NUCLÉAIRE

Comment se répartissent ces éléments dans notre coin de Galaxie ? Les proportions relatives des éléments du Soleil sont essentiellement déduites de l'analyse du spectre de sa photosphère, la partie externe de notre étoile : les éléments chimiques excités qui la composent émettent, en se désexcitant, une lumière caractéristique. En revanche, la composition des parties internes, et notamment du cœur, où se déroulent les réactions de fusion nucléaire, est invisible. Les modèles de structure interne du Soleil indiquent que la photosphère n'est pas contaminée par les produits des réactions nucléaires, limitées à la région centrale, hormis pour le fragile lithium que la convection transporte à des profondeurs où la température est suffisante pour le détruire. À cette exception près, on peut considérer que la composition de la photosphère solaire est identique à celle du nuage à partir duquel notre étoile s'est formée, il y a 4,6 milliards d'années.

Autre source de renseignements : la composition des météorites. À condition d'exclure les éléments les plus volatils (hydrogène, hélium, carbone, azote, oxygène et néon) qui se sont en partie échappés depuis leur formation, les météorites sont aussi un bon indicateur de la composition du Système solaire primordial. La comparaison entre ces deux sources montre un accord excellent. De surcroît, l'analyse des météo-



rites en laboratoire permet de déterminer la composition isotopique de la matière du Système solaire, caractéristique de notre environnement galactique local. La courbe qui résulte de ces données (*ci-dessus*) est la pierre de Rosette de l'astrophysique nucléaire.

ARCHÉOLOGIE NUCLÉAIRE

La courbe de répartition représente la quantité de chaque élément, classé par nombre de nucléons croissants. Sur cette échelle, le silicium, pris comme référence arbitraire, vaut un million. L'hydrogène règne en maître : pour un million d'atomes de silicium, il y a dix milliards d'atomes d'hydrogène.

Les éléments les plus simples, formés peu après le Big-Bang (la nucléosynthèse primordiale), essentiellement l'hydrogène et l'hélium, représentent à eux seuls 98 pour cent de la masse de la matière ordinaire de l'Univers. Leur prépondérance saute aux yeux et peut étonner. Pourquoi des noyaux plus lourds, plus stables et mieux charpentés sont plus rares ? La formation de noyaux lourds, qui se fait par fusion de noyaux plus légers, est inhibée par la répulsion électrostatique entre noyaux, d'autant plus forte que leur charge électrique est grande. Les températures élevées qui peuvent vaincre cette répulsion ne se trouvent qu'au cœur des étoiles (nucléosynthèse stellaire) d'où la matière peine à s'extraire : il ne suffit pas que les noyaux soient créés pour les retrouver dans la matière interstellaire, il faut aussi qu'ils s'échappent de leur berceau ; cette dissémination des éléments internes est faite par les supernovae.

À partir du carbone, de l'azote et de l'oxygène issus des réactions de fusion, les noyaux sont de plus en plus rares à l'exception notable du fer, noyau le plus robuste de la nature. Il naît dans

les supernovae (nucléosynthèse explosive et équilibre nucléaire) sous forme de nickel-56 radioactif, dont la désintégration en cobalt, puis en fer, nourrit leur vive lumière. Le brusque déclin des quantités de lithium, de béryllium et de bore (trois, quatre et cinq protons) reflète l'extrême fragilité de ces noyaux. Ils sont produits, non pas par fusion thermonucléaire, mais par brisure des noyaux de carbone, d'azote et d'oxygène interstellaire sous l'impact de collisions avec les particules rapides du rayonnement cosmique galactique, ce que les physiciens nomment spallation.

Hormis le fer, nous vérifions que la plupart des noyaux abondants ont le même nombre pair de protons et de neutrons. Ce sont, en proportion décroissante, l'oxygène (8 protons et 8 neutrons), le carbone (6 protons et 6 neutrons), le néon (10 protons et 10 neutrons) et jusqu'au calcium (20 protons et 20 neutrons). Il faut égrainer la liste des noyaux jusqu'au carbone-13 pour rencontrer un noyau ayant un nombre impair de nucléons (6 protons et 7 neutrons). Finalement, on comprend pourquoi l'or est rare : l'Univers a beaucoup peiné pour le produire par transmutation du fer sous l'effet d'un intense bombardement de neutrons dans les couches les plus internes des supernovae.

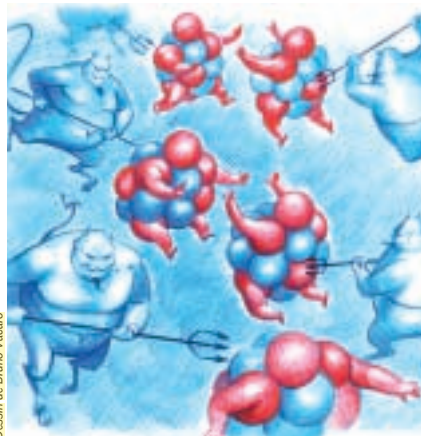
Au terme de cette enquête, on aurait mauvaise grâce d'attribuer l'origine des éléments aux planètes : le mercure n'a rien à voir avec la planète Mercure, ni le fer avec Mars, ni le plomb avec Saturne. Les éléments viennent des étoiles et la décroissance de la courbe de leur répartition indique que l'évolution nucléaire de l'Univers est à peine ébauchée dans notre Galaxie. Mais elle s'éteint, faute de gaz à transformer en étoiles.

Roland LEHOUCQ et Michel CASSÉ sont astrophysiciens au Service d'astrophysique du CEA.

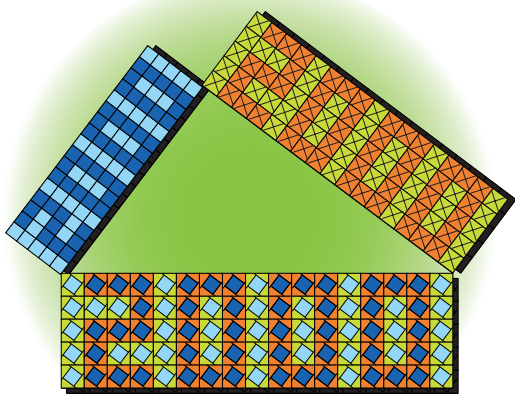
N. PRANTZOS et T. MONTMERLE, *Naissance, vie et mort des étoiles*, PUF, Collection Que sais-je ?, 1998.

É. SLEZAK et F. THÉVENIN, *Nucléosynthèse et abondance dans l'Univers*, Éditions CEPADUÈS, 1998.

D. ARNETT, *Supernovae and Nucleosynthesis*, Princeton University Press, 1996.



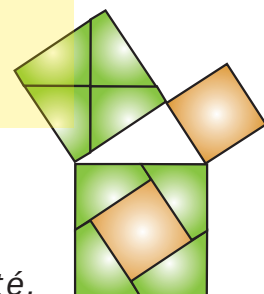
Dessin de Bruno Vacaro



La mise en pièces d'un carré

JEAN-PAUL DELAHAYE

Le carré : énigmes anciennes et nouvelles pour vous distraire cet été.



La méthode la plus simple – utilisée, dit-on, depuis l'Antiquité – pour dessiner un angle droit lorsque l'on ne dispose que d'une ficelle est d'y faire des nœuds régulièrement espacés et de construire le triangle dont les côtés ont pour longueur 3, 4 et 5. D'après le théorème de Pythagore, un tel triangle est rectangle, car $3^2 + 4^2 = 5^2$. Les nombres 3, 4 et 5 ne sont pas les seuls nombres entiers qui permettent cette construction, et la recherche des solutions de l'équa-

tion $x^2 + y^2 = z^2$ a été l'une des toutes premières activités mathématiques dans presque toutes les civilisations.

Les triplets de nombres entiers x , y , z qui satisfont l'équation sont traditionnellement dénommés triplets pythagoriciens (du nom du philosophe Pythagore, qui vécut au VI^e siècle avant notre ère), ce qui est assez injuste puisque la célèbre tablette babylonienne *Plimpton 322*, vieille de plus de 3 500 ans, contient déjà la liste d'une dizaine de tels triplets.

On peut bien sûr multiplier 3, 4 et 5 par un même entier, 2 par exemple, ce qui donne 6, 8, 10, pour obtenir un autre triplet pythagoricien. Mais cette méthode de multiplication ne fournit que les solutions de la forme $(3k, 4k, 5k)$; or il en existe bien d'autres.

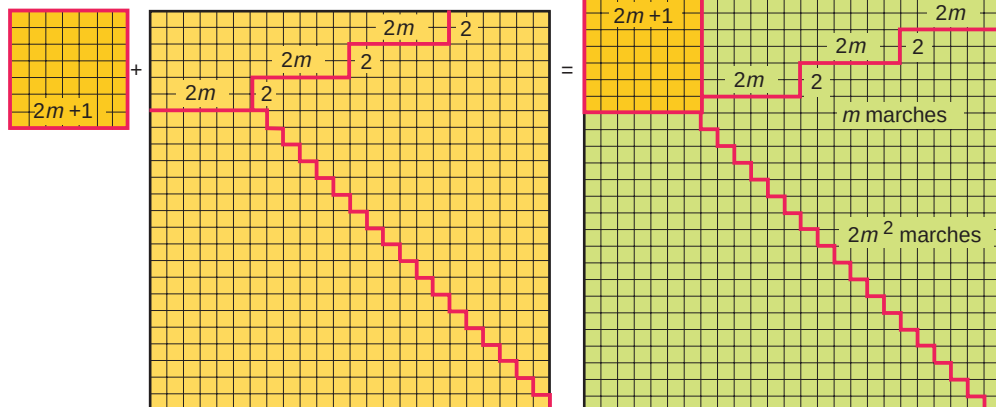
Proclus, philosophe néoplatonicien (412-485), dans son commentaire sur le livre I des *Éléments* d'Euclide, attribue à Pythagore la découverte d'une formule générale donnant une famille infinie de triplets pythagoriciens. Cette formule, que nous nommerons formule de Pythagore, s'écrit (avec nos notations modernes qui évidemment n'étaient pas utilisées par Pythagore) : $(n, (n^2 - 1)/2, (n^2 + 1)/2)$, n étant un nombre impair quelconque, ce qui, en posant n égal à $2m + 1$, donne : $(2m + 1, 2m^2 + 2m, 2m^2 + 2m + 1)$, m étant un entier quelconque. On vérifie que la formule fournit des triplets pythagoriciens en développant : $(2m + 1)^2 + (2m^2 + 2m)^2 = (2m^2 + 2m + 1)^2$.

Les quatre premières valeurs de m donnent ainsi les triplets : (3, 4, 5) (5, 12, 13) (7, 24, 25) (9, 40, 41).

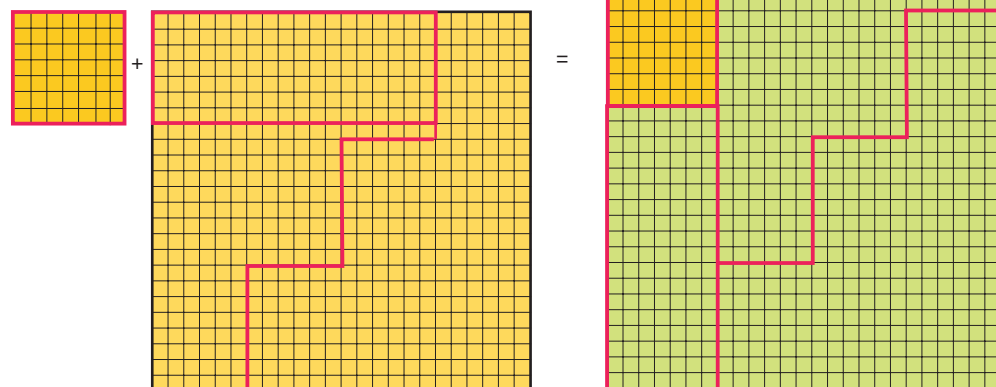
Platon, toujours d'après Proclus, aurait identifié une autre formule générale : $(2m, m^2 - 1, m^2 + 1)$, m entier quelconque, qui pour $m = 2$ donne le triplet (4, 3, 5). À l'ordre près, c'est le triplet (3, 4, 5). Pour $m = 3$, on obtient (6, 8, 10) (le double du triplet (3, 4, 5)) et, pour $m = 4$, le triplet (8, 15, 17). Aucune de ces deux formules n'est absolument générale : certains triplets pythagoriciens échappent à la formule de Pythagore, d'autres échappent à celle de Platon.

Certains triplets pythagoriciens échappent même aux deux formules à la fois (même en prenant en compte leurs multiples). Ainsi le triplet pythagoricien (20, 21, 29) qui n'est le multiple d'aucun autre puisque les nombres qui le composent n'ont pas de diviseurs communs, ne provient ni de la formule de Pythagore ni de la formule de Platon, car l'écart entre les deux plus grands entiers n'est ni 1 comme dans la for-

a



b



1. Un découpage général (a) en quatre pour les triplets donnés par la formule de Pythagore ; pour ces triplets donnés par $(x, y, z) = (2m + 1, 2m^2 + 2m, 2m^2 + 2m + 1)$, on connaît un procédé général permettant de passer du carré de côté z découpé en quatre morceaux à deux carrés de côté x et de côté y . Ce découpage provient de la généralisation d'un découpage proposé par Sam Loyd pour le triplet (5, 12, 13) en 1899. D'autres découpages (b) en quatre sont parfois possibles, comme celui-ci fondé sur l'identité $7^2 + 24^2 = 25^2$ et publié en 1924 par E. Richard.