

parfaitement possible de donner un sens mathématique à une telle relation d'ordre. Le geste opératoire décisif de Thābit consiste, pour parler en termes modernes, à définir l'«égalité» de deux ensembles infinis (les nombres pairs et les nombres impairs) par leur équipotence : l'ensemble infini des pairs «est égal» à l'ensemble des impairs, car à tout entier pair on peut associer un entier impair, et réciproquement. À partir de là, il peut conclure que les entiers pairs représentent la moitié de tous les entiers : il y a autant d'entiers pairs que d'entiers impairs, et tous les entiers sont épuisés par cette partition.

En affirmant que l'infini des entiers est «double» de l'infini des entiers pairs, Thābit invalide le fameux argument discuté (il y a bien un infini plus grand qu'un autre infini). Il va même plus loin : en étendant la remarque relative aux pairs et impairs, il exhibe un infini «égal» au tiers de l'infini des entiers (les entiers de la forme $3p$, qui ont la même infinité que les entiers de la forme $3p + 1$ et que celle des entiers de la forme $3p + 2$, ce qui permet de diviser l'infini des entiers en trois infinis «égaux»), un infini «égal» au quart de l'infini des entiers, ..., un infini égal au n -ième de l'infini des entiers.

Opérations sur l'infini

L'égalité naïve, celle qui passe par l'énumération, inapplicable à l'infini, a été remplacée par un autre type de comparaison permettant d'évaluer les rapports de proportion entre «le nombre dans sa totalité» et certaines de ses parties : les nombres pairs et impairs, les multiples de 3, les multiples de 4, ..., les multiples de n .

Ce faisant, Thābit ne met pas en cause l'axiome selon lequel «le tout est plus grand que sa partie». L'infini des entiers, comme un tout, reste plus grand que l'infini des entiers pairs, puisqu'il en est le «double». D'autres

infinistes, après lui, sauront orienter leur réflexion en réévaluant le rapport du tout à sa partie, lorsque des quantités infinies sont en jeu. Au XIX^e siècle, Richard Dedekind, à la même époque que Cantor, définira ainsi précisément l'ensemble infini comme étant un ensemble «égal» à l'une de ses parties.

Le lecteur averti de la définition du transfini cantorien aura relevé que Thābit ne dégage pas, comme Cantor, l'idée d'une cardinalité infinie, propre à tout ensemble dénombrable ; dans cette perspective, tous les ensembles infinis que nous avons évoqués seraient «équipotents», c'est-à-dire égaux au sens de Cantor, ce qui n'est pas le cas pour Thābit. Ainsi, Thābit ne dit pas qu'il y a «autant» de nombres entiers que de nombres entiers pairs, dans la mesure où l'on peut faire correspondre à tout entier un entier pair et réciproquement. Pour autant, il n'est pas nécessaire de voir dans Thābit une «anticipation» de Cantor pour mesurer l'intérêt de la pensée du savant arabe.

En revanche, malgré le millénaire d'histoire qui les sépare, on pourrait rapprocher ces deux savants par le sentiment qui les habite tous deux quant au nécessaire élargissement de l'idée de nombre, telle qu'elle dominait les cultures respectives de leurs époques. Pour fonder cette remarque, il conviendrait d'analyser minutieusement les développements consacrés par Thābit au nombre des catégories de pensée, au nombre des espèces de la quantité, à la quantification de la qualité, au rapport du genre à l'espèce, au statut des accidents. Voilà qui dépasse largement notre propos. Contentons-nous de résumer l'originalité et l'audace théorique de Thābit : non seulement il «opère» sur des infinis, leur conférant ainsi un statut que leur refusait la tradition aristotélicienne, mais, ce faisant, il élargit la notion même de nombre et le cadre conceptuel constitutif de cette tradition.

Tony LÉVY est chercheur au CNRS, au Centre d'histoire des sciences et des philosophies arabes et médiévales (Paris-Villejuif).

Shlomo PINES, *Thābit ibn Qurra's Conception of Number and Theory of the Mathematical Infinite*, in Pines, *Studies in Arabic Versions of Greek Texts and in Mediaeval Science (The Collected Works of Shlomo Pines, vol. II)*, Édition Magnes Press, Jérusalem, et Brill, Leiden, 1986, pp. 423-429.

Tony LÉVY, *Figures de l'infini. Les mathématiques au miroir des cultures*, Éditions du Seuil, Paris, 1987, pp. 101-109.

Abdelhamid I. SABRA, *Thabit ibn Qurra on the Infinite and Other Puzzles. Edition and Translation of his Discussions with Ibn Usayyid*, in *Zeitschrift für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften*, vol. 11, pp. 1-33, 1997.

Abdelhamid I. SABRA, *Thabit ibn Qurra on the Infinite and Other Puzzles. Edition and Translation of his Discussions with Ibn Usayyid*, in *Zeitschrift für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften*, vol. 11, pp. 1-33, 1997.

L'univers infini de Bruno

GIULIO GIORELLO

Giordano Bruno, mort sur le bûcher le 17 février 1600, fut plus audacieux que Copernic : il envisageait un univers infini, sans horizon ni limite.



Giordano Bruno

Philosophe ou astronome ? Poète ou visionnaire ? Écrivain ou homme de sciences ? Qui était Giordano Bruno ? Il se présente lui-même dans *Le souper des Cendres*, écrit en 1584, confiant à Teofilo le soin de prononcer son propre éloge : «Voici apparaître l'homme qui a franchi les airs, traversé le ciel, parcouru les étoiles, outrepassé les limites du monde, dissipé les murailles imaginaires des premiers, huitième, neuvième, dixième et autres sphères qui auraient pu leur être ajoutées selon les vains calculs des mathématiciens et suite à l'aveuglement des philosophes vulgaires.»

Quelques lignes auparavant, il comparait les découvreurs de la «véritable nature» du ciel aux pionniers des explorations géographiques. Cette comparaison sera reprise par Galilée en 1623 dans les premières pages de *L'essayeur*. Galilée lisait Bruno, le paraphrasait, mais ne pouvait, en ces temps d'Inquisition, le citer explicitement.

Bruno est l'égal de navigateurs, tels Tiphys orientant Jason et les Argonautes vers la Colchide, pour conquérir la toison d'or, ou Christophe Colomb, le découvreur du Nouveau Monde. La comparaison s'arrête là : si les victimes des barbaries perpétrées par les Argonautes étaient des hommes, Bruno ne combattit que les croyances non fondées, transmises par tradition et jamais remises en cause. Le «philosophe de la nature», tel que Bruno se décrit dans *Le souper des Cendres*, découvre le moyen de monter au ciel, de parcourir la circonférence des étoiles et de laisser derrière lui la surface convexe du firmament.

Selon Bruno, notre raison n'est plus entravée par des sphères imaginées par les mathématiciens pour représenter l'Univers : il n'y a qu'un ciel, une immense région éthérée où brillent de magnifiques foyers lumineux. Dans *Le souper des Cendres*, les étoiles sont des corps enflammés représentant, aux yeux de Bruno, les ambassadeurs de l'excellence de Dieu, les «héralds de sa gloire et de sa majesté». D'après Bruno, nous sommes conduits à découvrir l'effet infini de la cause infinie, la trace vivante et véritable de la vigueur infinie. Dieu aux pouvoirs infinis ne pouvait créer qu'un Univers infini. La puissance divine place Dieu à l'intérieur de l'homme, indiquant ainsi que ce n'est pas hors de nous qu'il faut chercher la divinité, puisqu'elle est en nous, en notre for intérieur.

Même pour d'hypothétiques habitants d'autres mondes, tels les Sélénites, habitants de la Lune, la présence divine n'est pas à rechercher auprès de nous, mais en nous : Bruno affirme que la Lune n'est pas plus pour nous un ciel que nous ne sommes un ciel pour elle. Cette symétrie, évoquée dans *Le souper des Cendres*, est reprise avec force par Galilée en 1632 dans la Première Journée des *Dialogues des systèmes majeurs* ; elle est l'essence même de ce que nous nommons aujourd'hui le principe cosmologique copernicien : la Terre ne peut être au centre de l'Univers et occuper une situation privilégiée. En 1543, Copernic place non plus la Terre au centre de l'Univers, mais le Soleil ; les astres, y compris la Terre, décrivent des sphères autour du Soleil.

Le dépassement du principe copernicien

Au Teofilo du *Souper* correspond le Filoteo de *De l'infini, de l'univers et des Mondes*. Ensemble, ils reconnaissent à Copernic le mérite d'avoir détruit cette «très fausse supposition de la fixité de la Terre», les mouvements des astres de la voûte céleste ne sont pour Bruno que des apparences liées aux mouvements de l'astre où nous sommes et dont le mouvement ne nous est pas sensible. Cependant, Copernic en appelait aux «sphères ayant une surface concave et convexe» décrites par Bruno et aux «orbes déférents», autrement dit aux espaces circonscrits par l'orbite des astres. Dépasant Copernic, Bruno attribue un caractère d'infini à l'Univers et s'affranchit des sphères coperniciennes. Ainsi, la paternité du principe copernicien, tel qu'on l'énonce aujourd'hui, ne peut être attribuée au seul astronome polonais.

La principale objection faite à la doctrine copernicienne sur le mouvement terrestre reposait sur l'impossibilité qu'une pierre jetée verticalement en l'air retombât suivant la même trajectoire ; le très rapide mouvement de la Terre devrait nécessairement la laisser loin derrière, «du côté de l'Occident». Ce problème avait fait discourir nombre de philosophes du Moyen Âge. Dans le troisième dialogue du *Souper*, Teofilo balaie cette objection, affirmant que se meut avec la Terre tout ce qui se trouve sur Terre. Bruno décrit une situation similaire : une pierre lancée en l'air, verticalement, par une personne à bord