

De la perspective à l'infini géométrique

JEAN-PIERRE LE GOFF

Au XVII^e siècle, grâce à la géométrie projective, née de l'union de la théorie de la perspective et de la théorie des coniques, l'infini géométrique acquiert une «dimension» humaine, une évidence perceptible. L'infini potentiel des philosophes devient l'infini actuel des géomètres.



The Bridgman Art Library

Pour les philosophes et pour les géomètres de la Grèce antique, l'infini n'a pas de véritable existence. Il est considéré comme «potentiel», accessible en puissance. Ainsi, Aristote impose une vision géocentrique et «finiste» du cosmos, limité par la sphère des fixes, sorte de voûte céleste qui porte les étoiles et marque les confins du monde avec le néant extérieur. Dans ce contexte, la géométrie euclidienne reconnaît et intègre l'infini potentiel, mais s'arrête aux rives de l'infini «actuel». L'infini inspire alors aux géomètres grecs méfiance et circonspection, car son usage immodéré ou inattentif conduit à des contradictions.

Un objet élémentaire tiré de la géométrie d'Euclide, une «ligne droite», illustre ces contradictions. Euclide la définit comme l'extension la plus «économique» d'un point à un autre. Aussi, une telle ligne s'apparente plutôt à notre moderne «segment» qu'à ce qu'un mathématicien d'aujourd'hui nomme une droite – à ceci près que, pour Euclide et ses successeurs, jusqu'au XVII^e siècle, cette «ligne» est prolongeable autant que nécessaire pour les besoins d'une construction ou d'une démonstration (dans une figure où il est nécessaire de

déterminer le point de concours de deux droites non parallèles, par exemple). De même, une «surface plane» est en fait une figure plane limitée par un contour fermé : un segment de parabole, par exemple, est limité par la courbe et par l'une de ses cordes. Il en est de même d'un corps ou d'un solide, volume fini limité par une ou par plusieurs surfaces. Ainsi la ligne droite, le plan ou le solide des géomètres strictement euclidiens sont finis, mais prolongeables à volonté, et non des supports rectilignes, plans ou volumiques d'un espace conçu d'emblée comme infiniment étendu.

Du fini prolongeable à l'infini

Depuis cette époque, on débat du statut de ce qu'on nomme le cinquième postulat d'Euclide, au premier Livre de ses *Éléments*. Ce postulat – une proposition non démontrée – énonce en substance que, si une sécante rencontre deux autres droites en faisant des angles internes situés d'un même côté de la sécante tels que leur somme soit inférieure à deux angles droits, les deux droites, prolongées indéfiniment (c'est-à-dire autant que nécessaire) se

rencontrent du côté où se trouvent les angles de somme inférieure à deux angles droits. Un équivalent moderne de ce postulat consiste à dire que, par un point hors d'une droite, il passe une parallèle à cette droite et une seule. Les géomètres ont soulevé la question suivante : ne pouvait-on pas démontrer le cinquième postulat à partir des autres postulats et propositions des *Éléments*? Les premières tentatives de démonstration reposaient sur le prolongement indéfini des droites, c'est-à-dire leur prolongement potentiellement infini avec conservation de l'alignement.

On sait aujourd'hui que ces tentatives étaient vaines : le cinquième postulat d'Euclide ne peut être démontré. On sait aussi que cette aventure des parallèles a conduit à la création de trois types de géométries. L'une, dite euclidienne, admet ce postulat comme un axiome de la théorie. Les deux autres, dites non euclidiennes, ont été conçues à la fin du XIX^e siècle et posent comme axiome l'une des deux formes que peut prendre la négation du postulat des parallèles. La géométrie hyperbolique prend pour principe que par un point il passe plus d'une parallèle à une droite donnée (et, par voie de conséquence, on

démontre qu'il en passe une infinité). La géométrie elliptique, quant à elle, postule que par un tel point il ne passe aucune parallèle à une droite donnée.

Ce que l'on sait moins, c'est que l'émergence des géométries non euclidiennes n'est devenue possible qu'après celle de la géométrie projective, qui devait servir de cadre général aux trois modèles, et que cette géométrie projective est née de la conjonction, au XVII^e siècle, de la science de la perspective, issue de la géométrie pratique, et de la théorie des coniques d'Euclide et surtout d'Apollonios de Perga (262?-180?). En somme, l'invention de la perspective centrale et ses prolongements géométriques ont rendues possibles l'irruption et la considération sereine des éléments à l'infini dans la géométrie euclidienne (voir la figure 2), puis l'invention d'un cadre géométrique où l'on a pu envisager d'autres systèmes d'axiomes jusque dans leurs conséquences ultimes.

L'évolution des idées sur l'infini géométrique est passée par la question de la perspective, c'est-à-dire la question de la représentation de la troisième dimension dans un plan. Un moment à la fois crucial et fondateur de cette question fut l'invention, à la Renaissance, de la «perspective linéaire».

La perspective centrale, invention du Quattrocento

Au travers de celle-ci, l'infini géométrique actuel, l'espace actuellement infiniment étendu, a trouvé une première représentation dans le dessin, pictural ou technique, et ce avant même d'avoir été pensé : il s'y trouve pointé, voire désigné sur l'horizon, mais aussi, très souvent, masqué par un mur ou par une porte.

La perspective linéaire consiste à projeter sur le plan du tableau les rayons rectilignes et imaginaires allant de l'objet à représenter jusqu'à l'œil, supposé ponctuel, du peintre ou du spectateur (voir l'encadré de la page 70). Elle est aussi nommée perspective centrale ou projection conique par les mathématiciens : l'œil constitue le centre (O) de cette projection, et tous les rayons passant par O et issus des points situés sur le contour de l'objet forment alors un cône de sommet O.

Dans la perspective linéaire, un ensemble de droites parallèles de l'espace a pour projection, sur le plan du tableau, un ensemble de droites parfois parallèles (lorsqu'elles sont parallèles au tableau), mais en général concourantes. Prenons, par

exemple, un faisceau de droites parallèles et perpendiculaires au plan du tableau, tracées sur le sol : les images de ces droites forment, sur le tableau, un ensemble de droites qui concourent en un point, le «point de fuite central» défini comme tel vers 1435 par Leon Battista Alberti (1404-1472). Ce sont les peintres ou les architectes de la Renaissance italienne du XV^e siècle – le Quattrocento –, tels que Filippo Brunelleschi (1377-1446), Alberti et Piero della Francesca (1416?-1492), qui ont codifié les règles de la construction légitime du dessin en perspective. Ils ont ainsi inauguré une pratique conventionnelle et géométrisée de la perspective, mais dont la grande adéquation avec la vision humaine, d'une part, et les conséquences pratiques, d'autre part, devaient assurer la postérité.

Ce faisant, par la définition et l'usage dans le dessin d'un point de concours de droites en réalité parallèles, les artistes italiens de la Renaissance ont donné le premier exemple de représentation visuelle d'un infini actuel : le point de fuite figure sur le tableau un point en réalité situé à l'infini, là où les droites parallèles «se rencontrent». Il ne s'agit pas de dire ici que ces artistes



1. CETTE ANNONCIATION, conservée au Musée des Beaux-Arts de Caen, est due au peintre maniériste Paris Bordone (1500-1571). Une analyse géométrique de ce tableau montre qu'il illustre le procédé singulier des «vues de l'en deçà» données par cet artiste : il ne peint pas ce qu'il voit dans le cadre fictif dont il entoure la scène représentée et dont on peut supposer que la base sert de ligne de terre,

mais aussi ce qu'il voit «en deçà» du cadre, devant le cadre, de son propre côté. Ainsi, tandis que l'ange fait l'annonce à Marie, les trajectoires visuelles des deux protagonistes ne peuvent se croiser. L'ange est au-delà de la fenêtre, tandis que la Vierge est située dans l'en deçà, du côté du peintre, sur un plan plus élevé que celui de l'observateur.

avaient pour projet de mettre en évidence la possibilité géométrique de penser l'infini actuel, ou qu'ils aient eu une quelconque conscience d'avoir participé à son invention. Les conceptions géométriques des théoriciens ou des praticiens de la Renaissance étaient encore profondément marquées par les idées finitistes des autorités antiques en la matière. Étaient encore à venir des notions telles que la droite infinie, le plan infini, ou l'espace antérieur à la matière qui l'habite.

Néanmoins, il est incontestable que les œuvres d'art, bientôt relayées par la gravure et par l'imprimerie, donneront à voir une multitude d'occurrences de l'infini représenté. En effet, le point de fuite central sera bientôt flanqué des points de distance, dont on s'avisera ensuite que ce sont aussi des points de fuite, donc des représentations de l'infini (voir la figure 4). C'est encore l'horizon (la ligne horizontale sur le tableau, située à même hauteur que l'œil du spectateur) lui-même qui apparaîtra comme lieu d'une multitude – d'une infinité – de points de fuite ; puis, vers 1600, viendra enfin l'idée que tout point du tableau est, en dernière instance, un point de fuite.

Desargues, le parallélisme et le concours à l'infini

Cette émergence d'une multiplicité de représentations visuelles de l'infini actuel devait conduire, au début du XVII^e siècle, en France, à une révolution dans le champ conceptuel de la géométrie elle-même. Girard Desargues (1591-1661), un géomètre lyonnais, va en effet théoriser ce que tout pratiquant de la perspective linéaire a vu sans toujours en croire ses yeux : il identifie le concours de droites ou de plans au parallélisme de ces objets. En d'autres termes, le parallélisme n'est rien d'autre qu'un concours à l'infini, des droites parallèles ne sont rien d'autre que des droites qui se rencontrent en un point situé à l'infini. Cette idée, Desargues la décline dans son *Brouillon projet d'une atteinte aux événements des rencontres du cône avec un plan*, c'est-à-dire un « essai pour atteindre à la compréhension synthétique des diverses occurrences de courbes coniques obtenues par intersection plane d'un cône à

base circulaire », imprimé à 50 exemplaires en 1639. Cette idée rompt avec la conception finitiste, héritée des Grecs, que l'on se faisait de la ligne droite, de la surface ou figure plane, ou du solide.

Desargues a derrière lui deux siècles de pratique de la perspective, qui ont contribué à éduquer l'œil du spectateur occidental. En particulier, il est deux points qu'il convient de préciser pour comprendre les idées du géomètre. Le premier, c'est que le cadre dans lequel l'artiste cherche à figurer une scène – ce qu'Alberti nommait une « fenêtre » – était conçu, dans un premier temps, comme une ouverture sur un au-delà à représenter. Le second, c'est que cette fenêtre était en principe disposée verticalement, sur un géométral horizontal. Or les artistes ont très vite transgressé ces deux contraintes initiales.

D'une part, ils se sont autorisés à représenter quelques éléments de l'en-deçà de la fenêtre : timidement, d'abord, et en trompe-l'œil, ils ont dessiné le cadre du tableau ou l'encadrement de ladite fenêtre, prise alors au sens propre, ou tel objet posé sur le rebord d'une ouverture feinte (synonyme alors de peinture). Ainsi, dans le *Saint-Jérôme en son cabinet* d'Antonello de Messine, un oiseau est perché sur le bord d'une fenêtre au-delà de laquelle on aperçoit le saint à son bureau. Un autre exemple, plus tardif

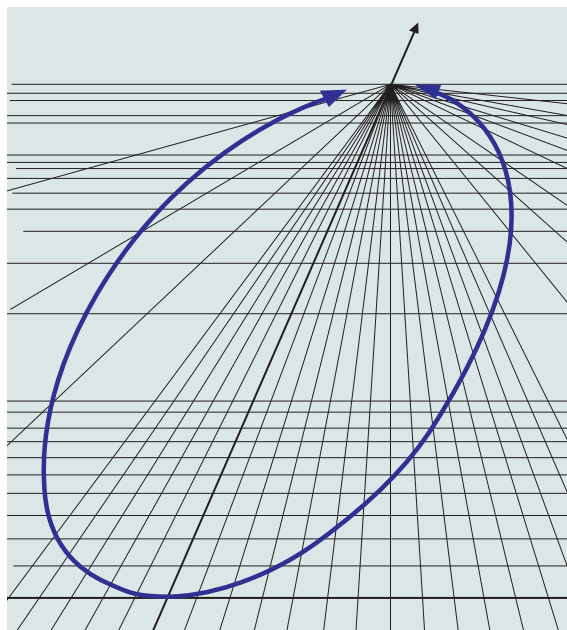
et contemporain de Desargues, est un portrait de Philippe de Champaigne (1602-1674) qui montre le personnage, la main négligemment posée sur le bord du cadre. Des exemples tout à fait singuliers de ce que nous appellerons ici des « vues de l'en-deçà » ont été créés au milieu du XVI^e siècle par un peintre vénitien maniériste, Paris Bordone (voir la figure 1).

D'autre part, les peintres se sont abstraits de la contrainte du fil à plomb et du niveau, comme en témoignent les décors plafonnants (tel l'*Oculus de la chambre des époux* d'Andrea Mantegna, voir la figure 7), ou plus tard les décors baroques de la Contre-Réforme jésuite (ceux d'Andrea Pozzo, par exemple), et enfin les trompe-l'œil sur voûtes ou toutes sortes de surfaces irrégulières (théorisés au début du XVII^e siècle en France par le jésuite Jean Dubreuil ou par le graveur Abraham Bosse, ami de Desargues). Ces œuvres indiquent qu'un tableau, voire une fresque, n'est pas nécessairement situé dans un plan orthogonal au sol.

De telles images ne pouvaient qu'imprimer avec force l'idée que la fenêtre ne constitue pas une borne et que cette fenêtre n'est pas nécessairement d'aplomb sur le géométral. Toutefois, il restait un pas à franchir. Desargues le fera, non dans le domaine de la représentation, mais

dans celui de la conception : quand un rayon visuel théorique – conçu comme une demi-droite potentielle depuis Euclide et son *Optique* – s'étend à l'infini comme une ligne droite, pourquoi s'arrêterait-il à l'œil ? Pour Desargues, un cône proprement dit est un cône à deux « nappes », obtenu en prolongeant en droites entières les demi-droites issues de son sommet. De façon analogue, on peut prolonger les rayons visuels en arrière de l'œil ; celui-ci est aveugle dans ces directions, mais cela n'empêche pas d'imaginer cet espace arrière.

Desargues repensa alors les « coniques », courbes obtenues en coupant un cône à base circulaire par un plan. Ces courbes – l'ellipse, la parabole et l'hyperbole – suscitaient un intérêt renouvelé, de Johannes Kepler (1571-1630) et ses trajectoires planétaires elliptiques à Athanasius Kircher (1601-1680) et ses



2. LES ÉLÉMENTS À L'INFINI ont longtemps été considérés avec circonspection. Aujourd'hui, on sait qu'une parabole, courbe ouverte, peut devenir, en perspective, une ellipse, courbe fermée, les branches infinies se rejoignant en un même point de l'horizon qui représente, à distance finie, la droite à l'infini commune aux plans horizontaux ; ce point à l'infini se retrouve donc à distance finie de l'observateur, dans le tableau.