

avaient pour projet de mettre en évidence la possibilité géométrique de penser l'infini actuel, ou qu'ils aient eu une quelconque conscience d'avoir participé à son invention. Les conceptions géométriques des théoriciens ou des praticiens de la Renaissance étaient encore profondément marquées par les idées finitistes des autorités antiques en la matière. Étaient encore à venir des notions telles que la droite infinie, le plan infini, ou l'espace antérieur à la matière qui l'habite.

Néanmoins, il est incontestable que les œuvres d'art, bientôt relayées par la gravure et par l'imprimerie, donneront à voir une multitude d'occurrences de l'infini représenté. En effet, le point de fuite central sera bientôt flanqué des points de distance, dont on s'avisera ensuite que ce sont aussi des points de fuite, donc des représentations de l'infini (voir la figure 4). C'est encore l'horizon (la ligne horizontale sur le tableau, située à même hauteur que l'œil du spectateur) lui-même qui apparaîtra comme lieu d'une multitude – d'une infinité – de points de fuite ; puis, vers 1600, viendra enfin l'idée que tout point du tableau est, en dernière instance, un point de fuite.

Desargues, le parallélisme et le concours à l'infini

Cette émergence d'une multiplicité de représentations visuelles de l'infini actuel devait conduire, au début du XVII^e siècle, en France, à une révolution dans le champ conceptuel de la géométrie elle-même. Girard Desargues (1591-1661), un géomètre lyonnais, va en effet théoriser ce que tout pratiquant de la perspective linéaire a vu sans toujours en croire ses yeux : il identifie le concours de droites ou de plans au parallélisme de ces objets. En d'autres termes, le parallélisme n'est rien d'autre qu'un concours à l'infini, des droites parallèles ne sont rien d'autre que des droites qui se rencontrent en un point situé à l'infini. Cette idée, Desargues la décline dans son *Brouillon projet d'une atteinte aux événements des rencontres du cône avec un plan*, c'est-à-dire un «essai pour atteindre à la compréhension synthétique des diverses occurrences de courbes coniques obtenues par intersection plane d'un cône à

base circulaire», imprimé à 50 exemplaires en 1639. Cette idée rompt avec la conception finitiste, héritée des Grecs, que l'on se faisait de la ligne droite, de la surface ou figure plane, ou du solide.

Desargues a derrière lui deux siècles de pratique de la perspective, qui ont contribué à éduquer l'œil du spectateur occidental. En particulier, il est deux points qu'il convient de préciser pour comprendre les idées du géomètre. Le premier, c'est que le cadre dans lequel l'artiste cherche à figurer une scène – ce qu'Alberti nommait une «fenêtre» – était conçu, dans un premier temps, comme une ouverture sur un au-delà à représenter. Le second, c'est que cette fenêtre était en principe disposée verticalement, sur un géométral horizontal. Or les artistes ont très vite transgressé ces deux contraintes initiales.

D'une part, ils se sont autorisés à représenter quelques éléments de l'en-deçà de la fenêtre : timidement, d'abord, et en trompe-l'œil, ils ont dessiné le cadre du tableau ou l'encadrement de ladite fenêtre, prise alors au sens propre, ou tel objet posé sur le rebord d'une ouverture feinte (synonyme alors de peinture). Ainsi, dans le *Saint-Jérôme en son cabinet* d'Antonello de Messine, un oiseau est perché sur le bord d'une fenêtre au-delà de laquelle on aperçoit le saint à son bureau. Un autre exemple, plus tardif

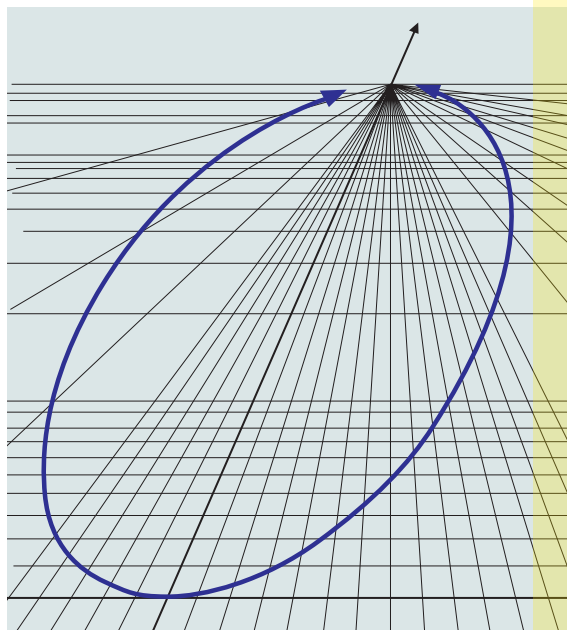
et contemporain de Desargues, est un portrait de Philippe de Champaigne (1602-1674) qui montre le personnage, la main négligemment posée sur le bord du cadre. Des exemples tout à fait singuliers de ce que nous appellerons ici des «vues de l'en-deçà» ont été créés au milieu du XVI^e siècle par un peintre vénitien maniériste, Paris Bordone (voir la figure 1).

D'autre part, les peintres se sont abstraits de la contrainte du fil à plomb et du niveau, comme en témoignent les décors plafonnants (tel *L'Oculus de la chambre des époux* d'Andrea Mantegna, voir la figure 7), ou plus tard les décors baroques de la Contre-Réforme jésuite (ceux d'Andrea Pozzo, par exemple), et enfin les trompe-l'œil sur voûtes ou toutes sortes de surfaces irrégulières (théorisés au début du XVII^e siècle en France par le jésuite Jean Dubreuil ou par le graveur Abraham Bosse, ami de Desargues). Ces œuvres indiquent qu'un tableau, voire une fresque, n'est pas nécessairement situé dans un plan orthogonal au sol.

De telles images ne pouvaient qu'imprimer avec force l'idée que la fenêtre ne constitue pas une borne et que cette fenêtre n'est pas nécessairement d'aplomb sur le géométral. Toutefois, il restait un pas à franchir. Desargues le fera, non dans le domaine de la représentation, mais

dans celui de la conception : quand un rayon visuel théorique – conçu comme une demi-droite potentielle depuis Euclide et son *Optique* – s'étend à l'infini comme une ligne droite, pourquoi s'arrêterait-il à l'œil ? Pour Desargues, un cône proprement dit est un cône à deux «nappes», obtenu en prolongeant en droites entières les demi-droites issues de son sommet. De façon analogue, on peut prolonger les rayons visuels en arrière de l'œil ; celui-ci est aveugle dans ces directions, mais cela n'empêche pas d'imaginer cet espace arrière.

Desargues repensa alors les «coniques», courbes obtenues en coupant un cône à base circulaire par un plan. Ces courbes – l'ellipse, la parabole et l'hyperbole – suscitaient un intérêt renouvelé, de Johannes Kepler (1571-1630) et ses trajectoires planétaires elliptiques à Athanasius Kircher (1601-1680) et ses



2. LES ÉLÉMENTS À L'INFINI ont longtemps été considérés avec circonspection. Aujourd'hui, on sait qu'une parabole, courbe ouverte, peut devenir, en perspective, une ellipse, courbe fermée, les branches infinies se rejoignant en un même point de l'horizon qui représente, à distance finie, la droite à l'infini commune aux plans horizontaux ; ce point à l'infini se retrouve donc à distance finie de l'observateur, dans le tableau.

miroirs paraboliques, en passant par Descartes et sa classification algébrique des courbes du second degré.

Considérons les rayons visuels qui joignent un œil ponctuel aux points d'un cercle réel. Ces rayons forment un cône à base circulaire dont le sommet est l'œil. Toute coupe du cône par un plan produit une courbe qui est une perspective du cercle. Autrement dit, Desargues a pris conscience qu'une conique n'est jamais qu'un cercle, vu d'un bon point de vue.

Cela n'avait jamais été énoncé en ces termes auparavant. On concevait bien qu'une ellipse, courbe fermée, pouvait être l'image d'un cercle en perspective. Par exemple, Albrecht Dürer (1471-1528) a construit point par point des coupes d'un cône droit limité, dans les trois situations de coupe possibles (perpendiculaire à l'axe vertical, ce qui donne un cercle, parallèle à cet axe, ce qui donne une hyperbole, parallèle à une génératrice, et l'on obtient une parabole, et quelconque, ce qui donne une ellipse). Notons que son dessin d'ellipse a une forme ovoïde, comme s'il n'en croyait pas ses yeux, s'attendant plutôt à une courbe effilée près du sommet du cône plutôt qu'à une véritable ellipse. Pourtant, il paraissait inconcevable que l'on puisse assimiler au cercle des courbes non fermées, ayant des branches infinies, comme la parabole, ou présentant des ruptures de continuité, comme l'hyperbole à deux parties séparées, telle que nous la définissons aujourd'hui.

Kepler, dans son *Optique*, avait certes fait remarquer qu'une parabole n'est jamais qu'une ellipse dont l'un des foyers se serait éloigné à l'infini, la courbe ouvrant ses bras en quelque sorte, puis devenant une hyperbole lorsque cette ouverture se trouve limitée par deux droites asymptotes, dans le mouvement tournant que ferait un plan coupant un cône (illimité, mais à une nappe). Cette conception novatrice, réintégrant le mouvement dans la définition des courbes, a sans doute inspiré Desargues, mais le géomètre lyonnais est allé plus loin : il a dépassé l'infini potentiel de Kepler et a posé



3. UNE SCÈNE est délimitée, au XVI^e siècle par une «fenêtre» par laquelle on l'observe. Progressivement, les artistes s'en affranchissent et en jouent. Ici la fenêtre apparaît sous forme d'un cadre : Philippe de Champaigne peint Robert Arnauld d'Andilly avec une main négligemment posée sur le bord du cadre. Notons que Philippe de Champaigne demanda à Desargues de dessiner pour lui le schéma d'un décor plafonnant pour la voûte de l'ancienne église des carmélites : le Christ en croix, flanqué de la Vierge et de saint Jean, paraissait être sur un plan vertical (en contre-plongée), alors qu'il était peint sur un plan horizontal.

d'emblée le cône comme surface infinie à deux nappes.

Plus encore, en assimilant faisceaux de droites parallèles et faisceaux de droites concourantes, Desargues fut amené à concevoir qu'une droite n'est jamais qu'un cercle de rayon infini, c'est-à-dire dont le centre, une fois fixé l'un des points du cercle, s'en est éloigné indéfiniment. Et qu'un cylindre à base circulaire est un cône dont le sommet se trouve à l'infini – ce qui explique que les coupes d'un cylindre par un plan produisent aussi des coniques, en l'occurrence des ellipses ou des cercles.

Bassin circulaire, ellipse, parabole ou hyperbole

Pour mieux comprendre comment, dans le contexte de la perspective, les diverses coniques apparaissent comme des projections du cercle, imaginons une situation picturale banale : un peintre qui observe un bassin circulaire au travers de la «fenêtre» fictive où il souhaite le représenter, le tableau étant orthogonal au sol (*voir la figure 6*). On pourrait faire appa-

raître les diverses coniques en faisant varier l'inclinaison du tableau par rapport au sol. Modifions plutôt les positions relatives de l'œil, du tableau et du bassin.

Quand le bassin se situe au-delà de la fenêtre, son image est une ellipse ou un cercle, dans ce que l'on nomme, depuis Apollonios, le cas d'antiparallélisme. Rapprochons le bassin de l'observateur, de façon qu'une partie au moins du bassin se retrouve entre l'œil et le tableau ; la projection du bassin sur le plan du tableau – un plan supposé illimité – reste une courbe fermée (une ellipse) dont une partie n'apparaîtra pas dans le tableau, puisqu'elle est située sous la ligne de terre. Rapprochons encore le bassin de l'observateur, jusqu'au moment où celui-ci se retrouve debout sur son contour ; dans ce cas, le rayon visuel partant de l'œil et joignant son point d'aplomb est parallèle au tableau et ne le rencontrera jamais, ou plutôt à l'infini. Ce point du cercle ayant une

image à l'infini, l'image du bassin circulaire devient une parabole (géométriquement, cette situation correspond à un plan de coupe parallèle à une génératrice du cône).

Que se passe-t-il enfin quand l'observateur met les pieds dans l'eau, de sorte que le bassin s'étend aussi derrière lui ? Le «plan neutre» – le plan parallèle au tableau et passant par l'observateur – coupe alors le cercle en deux points A et B. L'image sur le plan du tableau de chacun de ces points étant à l'infini, la partie du bassin circulaire qui s'étend devant l'observateur produit une courbe-image possédant deux branches infinies, c'est-à-dire une hyperbole. Plus précisément, il s'agit d'une hyperbole telle que l'avait définie Apollonios, c'est-à-dire une seule des deux courbes séparées qui composent une hyperbole dans sa définition moderne. Quant à l'arc du bassin qui se trouve derrière l'observateur, celui-ci ne le voit pas, mais cela n'empêche pas le géomètre de concevoir sa projection sur le plan du tableau. Celle-ci est obtenue en prolongeant jusqu'au plan

J.G. BERTZIRIAN