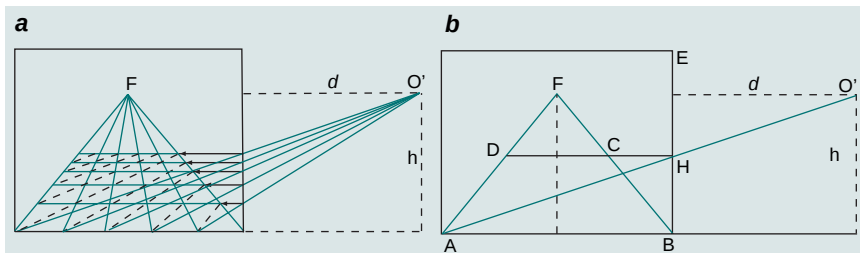


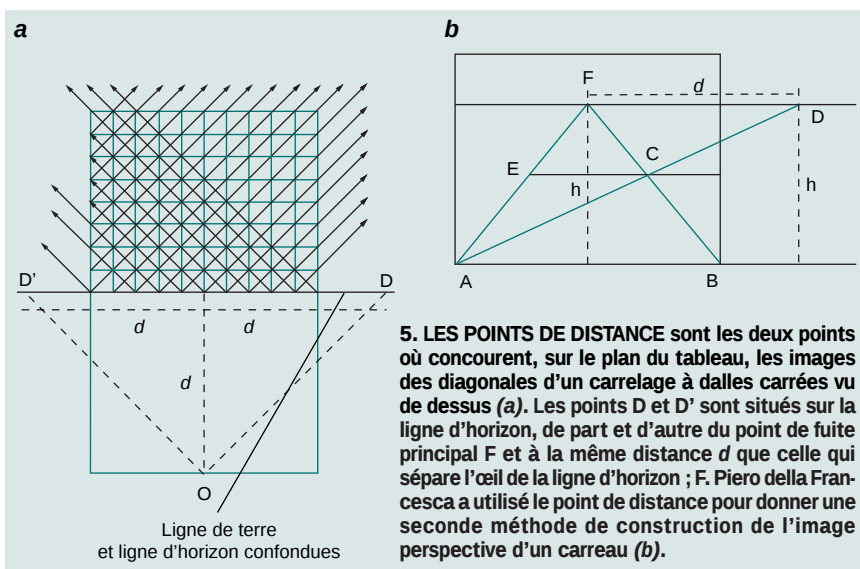
du tableau les rayons visuels issus des points de l'arc et passant par l'œil. L'image ainsi produite est l'«hyperbole opposée» d'Apollonios, c'est-à-dire la courbe que Desargues adjoint à la première pour définir une seule et même hyperbole.

Dans la situation décrite (voir la figure 6c), le regard de l'observateur atteint les deux points A et B du cercle par des rayons parallèles au tableau, qui ne l'atteignent qu'à l'infini ; ces rayons définissent la direction des asymptotes de la courbe. Desargues conçoit ces droites asymptotes comme les tangentes aux points à l'infini de l'hyperbole, puisque ce sont les images perspectives des tangentes aux points A et B du cercle.

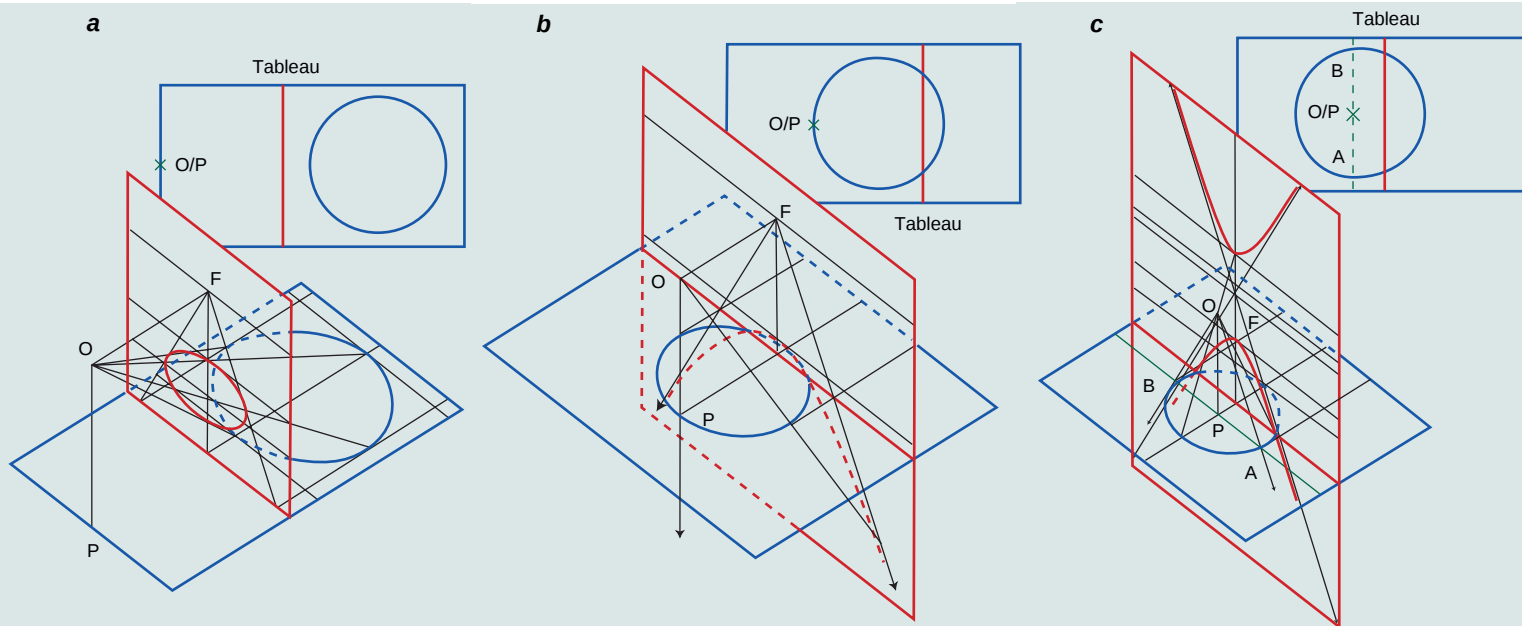
Ainsi, notre géomètre ne se borne pas à montrer qu'une perspective conserve l'alignement des points, l'intersection de droites en un point ou l'intersection de plans en une droite (étant entendu que ce point ou cette droite peuvent être à l'infini dans le cas de faisceaux parallèles). Desargues met en évidence d'autres propriétés qui restent inchangées lors des projections. Par exemple, la perspective conserve les tangentes aux courbes (si T est la tangente à une courbe C en un point P, l'image perspective de T est la tangente de la courbe-image de C au point-image de P, y compris dans le cas limite des asymptotes). De même, Desargues montre qu'un certain rapport numérique (qu'il



4. UN CARRELAGE VU DE DESSUS représenté par l'architecte et théoricien italien Leon Battista Alberti : il trace d'abord le faisceau de droites qui concourent au point de fuite principal F. Il place ensuite un point O' de côté, à une distance d du tableau (d est la distance entre l'œil du peintre O et le point de fuite F) et à la même hauteur que F. De O' , il trace les segments de droite allant jusqu'aux points de départ des droites concourantes en F. L'intersection de ces segments avec le bord vertical droit du tableau fournit les niveaux auxquels doivent être placées les lignes transversales du carrelage (a). Piero della Francesca a simplifié la construction d'Alberti et l'a démontrée géométriquement avec l'image perspective d'un seul carreau (b).



5. LES POINTS DE DISTANCE sont les deux points où concourent, sur le plan du tableau, les images des diagonales d'un carrelage à dalles carrées vu de dessus (a). Les points D et D' sont situés sur la ligne d'horizon, de part et d'autre du point de fuite principal F et à la même distance d que celle qui sépare l'œil de la ligne d'horizon ; F. Piero della Francesca a utilisé le point de distance pour donner une seconde méthode de construction de l'image perspective d'un carreau (b).



6. SELON LA POSITION DU PEINTRE par rapport à l'objet à dessiner, la représentation change. En perspective centrale, où l'œil du peintre O constitue le centre de la projection, la représentation d'un bassin circulaire (en bleu) sur le plan du tableau (en rouge) peut être une ellipse (a),

une parabole (b) ou une hyperbole (c). On obtient une ellipse lorsque le bassin se trouve au-delà du peintre, une parabole lorsque les pieds P du peintre sont sur le contour du bassin, et une hyperbole lorsque le peintre est debout à l'intérieur du bassin.



7. LES DÉCORS PLAFONNANTS, tel l'Oculus de la chambre des époux d'Andrea Mantegna (ci-dessus) ou les trompe-l'œil sur voûtes sont des représentations en perspective où l'artiste adopte un «point de vue» où il s'affranchit de la verticalité.

appelle une involution et auquel on préfère aujourd'hui le terme de birapport de quatre points) entre les segments définis par six points d'une droite reste inchangé par projection centrale ou par projection parallèlement à une direction donnée.

Les découvertes de Desargues ont rendue possible une théorie générale des projections, à laquelle s'emploieront les géomètres de la première moitié du XIX^e siècle, Gaspard Monge, Jean-Victor Poncelet et Michel Chasles, pour ne citer qu'eux. À son tour, la géométrie projective construite par ces mathématiciens conduira à entrevoir la possibilité des géométries non euclidiennes et à en concevoir des modèles euclidiens. On y rencontre aussi des représentations de l'infini. Par exemple, dans les modèles d'Henri Poincaré ou d'Eugenio Beltrami pour le «plan hyperbolique», l'infini est ramené à distance finie en assimilant les points à l'infini à un cercle ; l'intérieur de ce cercle constitue le «plan», et les «droites» de ce plan sont par définition des arcs circulaires orthogonaux au contour. Il s'agit d'un modèle euclidien d'une géométrie non euclidienne, puisque, par un point extérieur à une «droite», passent une infinité de «droites» parallèles à la droite en question. On notera que les extrémités des droites sont situées sur le contour, c'est-à-dire à l'infini : avec un tel modèle, le monde clos des Anciens fait en quelque sorte son retour...

La perspective cavalière

Les projections parallèles, projections où les rayons qui partent de l'objet à représenter sont parallèles à une direction donnée, semblent connues de longue date, au moins depuis l'architecte romain Vitruve (I^{er} siècle de notre ère) : beaucoup de dessins, qu'ils soient à vocation artistique ou technique, semblent relever de ce que l'on nomme aujourd'hui la perspective cavalière ou d'une projection orthogonale (projection dans une direction orthogonale au plan du dessin). En fait, il ne s'agit que de tentatives empiriques de représenter localement la profondeur pour des objets isolés. Ils ne peuvent en aucun cas relever d'une volonté de «représenter l'espace» de façon globale, cohérente et homogène. On ne peut véritablement parler de pers-

pective cavalière qu'à partir du moment où ses règles ont été codifiées géométriquement. Or celles-ci, bien que nettement plus simples que celles de la perspective centrale, n'ont été édictées qu'après celles de la perspective centrale du Quattrocento.

Les premiers dessins en perspective parallèle systématique apparaissent dans les théâtres de machines (des plans de machines) ou dans les ouvrages d'ingénieurs du XVI^e siècle, et les premiers traités de perspective cavalière ou militaire sont le fait de théoriciens français du début du XVII^e siècle. Quant aux architectes, qui ont donné la perspective centrale aux peintres, ils ne se sont saisis que tardivement, à partir de la fin du XIX^e siècle, de la perspective cavalière et de l'axonométrie (la représentation des trois dimensions par projection sur trois axes tracés dans le plan du dessin).

Dans les perspectives parallèles, on considère les rayons visuels parallèles. Comme l'a montré Desargues, on peut aussi dire que ces rayons visuels se rencontrent à l'infini. En d'autres termes, la perspective cavalière équivaut à une perspective centrale où l'œil du dessinateur est «rejeté à l'infini». En 1925, le peintre russe Lissitzky s'est exclamé : «Le suprématisme a fait reculer l'extrémité de la pointe de la pyramide visuelle à l'infini... [Ce faisant] il a inventé la dernière illusion : l'extensibilité infinie vers l'arrière-plan ou l'avant-plan.» Il lui semblait qu'on en avait fini avec la peinture du sujet renaissant, que le point de vue n'existait plus. Le peintre s'assimile alors au Créateur par le regard venu de l'infini. Il nous paraît pourtant que, dans une perspective parallèle, le point de vue est toujours présent, tout rejeté à l'infini qu'il soit et justement du fait qu'il est rejeté : une exclusion n'est pas une absence.

Jean-Pierre LE GOFF est professeur de mathématiques et d'histoire des mathématiques à l'IUFM (Institut universitaire de formation des maîtres) de Caen et à l'IREM (Institut de recherches sur l'enseignement des mathématiques) de Basse-Normandie (Université de Caen).

René TATON, *L'œuvre mathématique de Girard Desargues*, PUF, 1951 (réédition Vrin, 1988).

Philippe COMAR, *La perspective en jeu : Les dessous de l'image*, Éditions Gallimard/La Découverte, n° 138, 1992.

Jean-Pierre LE GOFF, *Desargues et la naissance de la géométrie projective*, in

Desargues en son temps, sous la direction de Jean Dhombres et Joël Sakarovich, Blanchard, 1994.

Jean-Pierre LE GOFF, *Piero della Francesca. De la perspective en peinture*, préface de Hubert Damisch et postface de Daniel Arasse, in *Medias Res*, 1998.

Les Cahiers de la perspective, sous la direction de Didier BESSOT et Jean-Pierre LE GOFF, IREM de Basse-Normandie, Université de Caen, 1981-1996.

D. BESSOT et J.-P. LE GOFF, *Mais où est donc passée la troisième dimension ?* in *Histoires de problèmes, histoire des mathématiques*, Éditions Ellipses, 1993.