

l'Université de Dundee, a montré que des équations très similaires modélisent les déplacements de la «limace». Les principaux paramètres qui déterminent la structure sont la densité de la population, la quantité d'adénosine monophosphate cyclique sécrétée et la sensibilité des organismes à cette molécule.

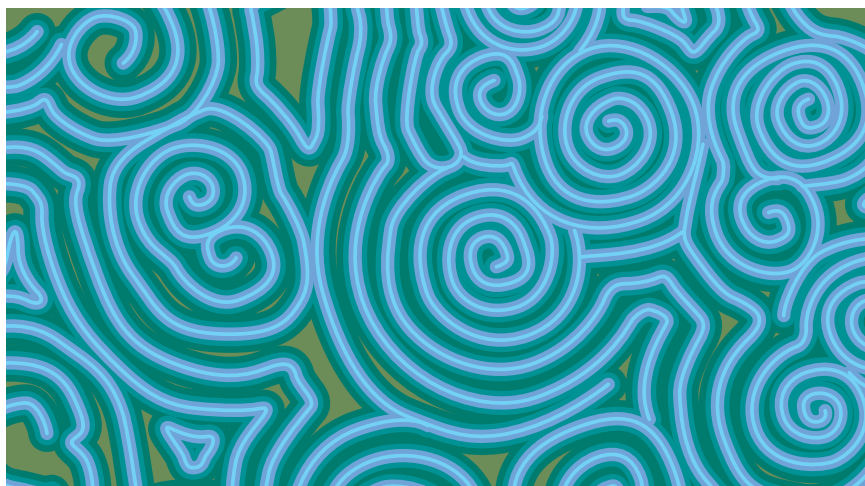
Ainsi, les gènes de *Dictyostelium discoideum*, à l'origine notamment de la synthèse de l'adénosine monophosphate cyclique et des récepteurs de cette molécule, sont responsables du comportement de chaque organisme, mais ne contiennent aucune instruction sur la forme spiralee de la colonie. Cette forme résulte des lois mathématiques auxquelles obéissent ces organismes. En d'autres termes, cette idée, chère à d'Arcy Thompson qui voyait dans la forme de nombreux organismes le résultat de lois physiques, signifie que les mathématiques définissent le cycle vital de *Dictyostelium discoideum* autant que la génétique.

Les équations qui mènent à cette conclusion importante, mais controversée, sont proches de celles établies il y a environ 50 ans par le mathématicien anglais Alan Turing, plus connu comme l'un des pères de l'informatique. Il s'intéressait aussi à la morphogenèse – la formation et la différenciation des tissus et des organes biologiques. En 1952, il a postulé que les structures ordonnées d'êtres vivants n'exigeaient pas de précurseur ordonné. Selon lui, ces structures naissent parfois de substances chimiques, dites morphogènes, qui régissent l'ensemble en diffusant dans les tissus.

Lorsque Turing publie pour la première fois ses idées, elles ne sont que théoriques. Cependant, elles sont bientôt étayées par un saisissant exemple : la réaction chimique de Belousov-Zhabotinsky, du nom de deux chimistes russes, où le simple mélange de quelques substances chimiques usuelles, tels le bromure de sodium, l'acide sulfurique et l'acide malonique, dans une boîte de pétri, fait apparaître des anneaux concentriques et des spirales semblables à celles de *Dictyostelium discoideum*. De telles réactions engendrent des rayures, des taches, des mouchetures et d'autres motifs fréquents dans le monde animal.

Les idées de Turing ont néanmoins été rejetées par les biologistes qui opposaient la dynamique des structures de la réaction de Belousov-Zhabotinsky et de toutes les autres structures de Turing découvertes par les chimistes à la fixité des motifs observés dans le monde animal : il n'y a pas de zèbres à rayures mobiles, ni de léopards à taches mouvantes !

Pourtant Turing a montré que ses équations ont également des solutions stationnaires, mais les chimistes n'en ont



2. Les cellules de la moisissure visqueuse *Dictyostelium discoideum* forment des spirales, comme sur cette vue d'artiste.

jamais obtenues, jusqu'à ce que l'on découvre pourquoi : quand les réactions sont effectuées dans un gel plutôt que dans un liquide, les motifs sont fixes. Or les organismes vivants sont plus proches de gels que de liquides. Toutefois, le temps que ce résultat soit acquis, les biologistes avaient cessé de s'intéresser à la question... mais pas les mathématiciens !

Bien que les équations de Turing soient trop simples pour décrire un phénomène biologique réel, elles engendrent les mêmes types de structures que celles observées chez les animaux. Des pigments déposés selon les pics (ou les creux) d'ondes parallèles forment des bandes (voir la figure 1). Des ondes plus complexes modélisent un réseau tacheté. Les mathématiciens ont ensuite étoffé le schéma de Turing et mis au point des modèles plus proches du monde vivant.

En 1995, Shigeru Kondo et Rihito Asai, de l'Université de Tokyo, ont découvert des

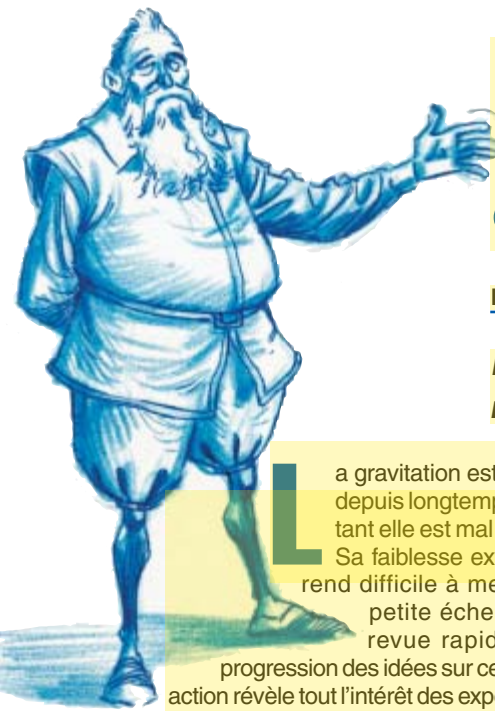
structures de Turing chez des poissons du genre scalaire (des poissons d'Amazonie, aplatis et rayés de jaune et noir). Ils ont observé la croissance de ces poissons et remarqué le réarrangement graduel de leurs rayures. Chez les mammifères, les motifs cutanés ne font que grandir avec l'animal. En revanche, chez les scalaires, à mesure que l'animal croît, de nouvelles rayures apparaissent par division des anciennes. Ces modifications sont décrites par des équations très proches de celles de Turing. Simulées sur un ordinateur, les interactions moléculaires d'un réseau unidimensionnel de cellules adoptent une structure ondulée bien adaptée au réarrangement des rayures des scalaires observés (voir la figure 1).

La lenteur du déplacement des rayures explique sans doute pourquoi on ne le remarque pas, néanmoins, pour paraphraser Galilée : «et pourtant, elles bougent !»

Réactions

Dans l'article *Simple pavés* (voir *Pour la Science*, juin 2000), j'indiquais que personne n'avait encore proposé de classification de l'ensemble E des pavages qui, convenablement assemblés, forment des répliques d'eux-mêmes. Selon Aaron Meyerowitz, de l'Université de Floride, ce problème est certainement difficile au sens de la complexité algorithmique, c'est-à-dire qu'un ordinateur requiert énormément de temps pour traiter une solution.

Restreignons-nous aux polyominos, des polygones formés de carrés joints par leurs côtés. On sait que le problème du pavage d'un rectangle par un ensemble donné de polyominos est «insoluble» : tout algorithme utilisé pour le résoudre demanderait un temps rédhibitoire pour donner une réponse. Le pavage d'un rectangle avec une forme unique de polyominos est vraisemblablement de même ordre. De plus, nous savons qu'un polyomino qui peut paver un rectangle appartient à E : on peut toujours assembler ces rectangles (tant que le rapport de leur longueur sur leur largeur est un nombre rationnel) pour former un carré, puis réunir des copies de ce carré pour dupliquer le polyomino initial. Aussi, il semble intuitif que la classification des seuls polyominos de l'ensemble E soit une tâche impossible.



La gravité à très courte distance

ROLAND LEHOUCQ • JEAN-PHILIPPE UZAN

La force de gravitation est bien connue à grande distance, mais reste un mystère en dessous du millimètre.

La gravitation est étudiée depuis longtemps, pourtant elle est mal connue. Sa faiblesse extrême la rend difficile à mesurer à petite échelle. Une revue rapide de la progression des idées sur cette interaction révèle tout l'intérêt des expériences entreprises aujourd'hui pour mieux comprendre cette force.

L'étude moderne de la gravitation commence avec Galilée au XVII^e siècle. Le savant italien (1564-1642) étudie le premier la chute des corps en détail, et montre que le mouvement d'une bille sur un plan incliné s'accélère uniformément. Il remarque aussi que la résistance de l'air ralentit plus les corps légers que les corps lourds. Qu'en est-il dans le vide? Galilée se pose la question, et réalise de cette façon que l'accélération d'un corps en chute libre ne dépend ni de sa masse, ni de sa forme, ni de sa composition chimique. Un kilogramme de fer tombe aussi vite qu'un kilogramme de plume ou d'acide sulfurique... Toutefois, à l'époque de Galilée, la découverte est d'importance. En fait, elle traduit un principe physique essentiel toujours mal compris aujourd'hui : le principe d'équivalence. Il stipule que la masse gravitationnelle, celle qui intervient dans le calcul du poids d'un corps, et la masse inertielle, celle qui quantifie la résistance d'un corps à une accélération, sont une seule et même grandeur.

Isaac Newton (1642-1727) est le premier à publier une véritable théorie de la gravitation en 1687. Il y énonce la «loi d'attraction universelle», selon laquelle l'intensité de la force que deux corps exercent l'un sur l'autre est proportionnelle au produit de leurs masses et inversement proportionnelle au carré de leur distance. Newton fonde ainsi la théorie de la gravitation sur le principe d'équivalence et sur la loi d'attraction universelle. Deux lois qui, aujourd'hui encore, n'ont pas été vérifiées dans toutes les situations.

Au début du XX^e siècle, Albert Einstein généralise la théorie de la gravitation. Il fait du principe d'équivalence le fondement de la nouvelle théorie, la relativité

générale. La gravitation change de statut : elle est réinterprétée comme la conséquence de la géométrie de l'espace-temps, elle-même déterminée par son contenu matériel et énergétique. Ainsi la géométrie de l'espace n'est pas la même dans le voisinage d'une grande masse (étoile) et à distance de cette étoile. En relativité générale, la théorie de Newton correspond à un cas limite, celui où le champ de gravitation a une faible intensité, comme c'est le cas par exemple loin d'une étoile.

La gravitation a d'abord été testée grâce à l'observation des mouvements planétaires. Dans la nature, il n'y a que deux forces qui agissent sur de grandes distances : la gravitation et la force électrostatique. Dans la pratique, cette dernière n'a cependant qu'une portée limitée. Les charges électriques sont disposées de façon à créer des ensembles neutres, c'est-à-dire sans charge électrique. Le champ électrique produit par une charge est masqué dans la plupart des cas par celui d'une charge voisine, de signe opposé. Puisqu'il n'existe pas de masses négatives, il en va tout autrement avec la gravité. Cette force n'est jamais répulsive, et pour cette raison, domine toutes les autres à grande distance, où elle est la seule qui subsiste : c'est pourquoi elle a été établie, puis vérifiée aux grandes échelles.

En fait, Newton avait formulé la loi d'attraction universelle afin d'expliquer les lois du mouvement des corps célestes. Trois lois que l'astronome Johannes Kepler avait établies au début du XVII^e siècle grâce aux observations de l'astronome danois Tycho Brahe. Toutefois, le triomphe de la théorie newtonienne ne fut vraiment assuré que le jour où la loi d'attraction universelle expliqua aussi des phénomènes plus compliqués. Le calcul du passage au périhélie de la comète de Halley par Alexis Clairaut en 1759 en fut un ; il démontra toute la puissance de la théorie newtonienne, laquelle fut ultérieurement confirmée par d'autres

succès. Urbain le Verrier (1811-1877) prédit par exemple l'existence de Neptune, avant que la planète ne fut découverte en 1846. Plus récemment, l'étude par télémétrie laser de l'orbite lunaire (mesure du temps d'aller-retour d'une impulsion laser entre la Terre et la Lune) raffina notre connaissance de la trajectoire du satellite de la Terre, au point que sa position est aujourd'hui connue à un centimètre près!

Ainsi, la loi de Newton est vérifiée dans toutes les interactions gravitationnelles à grandes distances. Que se passe-t-il lors des interactions à très courtes distances, inférieures au millimètre. À cette échelle, d'autres forces courantes dans la matière – de nature électrostatique ou quantique – ne sont plus négligeables vis-à-vis des forces de gravitation. Il devient alors difficile de différencier les rôles joués par chacune de ces forces. C'est Henri

Cavendish (1731-1810), qui fit la première tentative pour mesurer la gravitation à petite échelle. Il publia en 1798 les résultats de son expérience de «pesée du monde».

Le montage confirmait la validité de la loi d'attraction universelle et livrait la première estimation expérimentale fine de la constante de gravitation universelle G , c'est-à-dire du coefficient qui intervient dans la loi d'attraction universelle. Cavendish

Galilée (en haut) fut le premier à réaliser que la façon dont un corps chute ne dépend pas de sa composition chimique. Newton (ci-contre) conçut la première théorie de la gravitation.



Dessins de Bruno Vacaro