

Le jeu des erreurs séduisantes

JEAN-PAUL DELAHAYE

De même qu'il y a de belles escroqueries, il y a aussi de magnifiques erreurs mathématiques : la beauté réside dans l'apparente vérité du faux.



L'art de bien raisonner et l'art de reconnaître les raisonnements fautifs sont deux facettes d'une même médaille : pour raisonner juste, il faut savoir identifier les erreurs et inversement. Certaines démonstrations erronées sont des pièges où on se laisse entraîner, à moins d'être particulièrement attentif ou averti.

Dans la rubrique du mois dernier, nous avons examiné des erreurs mathématiques commises par les meilleurs savants et montré que les mathématiciens, plus peut-être que les autres hommes de sciences, commettent d'énormes bourdes, aux conséquences ennuyeuses ou bénéfiques. L'abstraction, la variété, la complication et la longueur des argumentations mathématiques sont l'explication la plus simple de ce phénomène attesté par les volumineux errata des manuels de mathématiques.

Ce mois-ci, nous allons examiner une série de raisonnements pièges conduisant, par des cheminements d'une rigueur en apparence irréprochable, à d'évidentes absurdités. Les exemples que nous citerons ne proviennent pas d'études historiques, mais sont des pièges conçus dans des buts didactiques ou tout simplement des erreurs commises par des élèves.

SOPHISMES ANTIQUES

L'étude des raisonnements fautifs est antique : Aristote, dans son traité des Réfutations des arguments sophistiques conçut, le premier, l'art d'identifier et de démontrer les arguments erronés que les philosophes sophistes professaient pour ridiculiser leurs adversaires. Voici un exemple des raisonnements qu'analyse Aristote :

Est-ce que le malade qui est guéri se trouve en bonne santé? Oui? Donc le malade est en bonne santé!

Qu'est-ce qui cloche?

Solution : Aristote explique que l'absurdité vient d'une ambiguïté dans le sens

d'un mot. Le mot malade signifie, selon les contextes, personne qui est malade en ce moment (exemple : le malade souffre) ou personne qui a été malade (exemple : quand le traitement a fait son effet, le malade rentre chez lui). La conclusion du sophisme semble paradoxale, car on y utilise le mot malade pour désigner une personne malade (premier sens de malade), alors que, dans la question initiale, qui appelle un oui, c'est le second sens qui est utilisé.

Voici d'autres exemples de sophismes proposés par Aristote que je vous laisse décortiquer vous-même.

Est-ce qu'il faut décider en faveur de celui qui dit des choses justes ou des choses injustes? En faveur de celui qui dit des choses justes. Pourtant il est juste que celui qui a subi une injustice dise d'une manière complète ce dont il a souffert ; or il a souffert de choses injustes. Il nous faut donc décider en faveur de celui qui dit des choses injustes.

Et encore : *Si le non-être est objet d'opinion, le non-être est.*

La classification des erreurs proposée par Aristote expose l'art de la déduction et la manière de ridiculiser un adversaire en l'amenant à se contredire, ce qui est utile dans les débats politiques. Il s'agit toutefois essentiellement de jeux linguistiques, le plus souvent élémentaires. Dès qu'on entre dans le domaine mathématique, des pièges de natures bien différentes surgissent.

ÉVIDENT... MAIS FAUX

Parfois les pièges mentaux sont si simples qu'un petit effort permet à chacun de se corriger. Les exemples suivants, destinés aux enfants, sont dus à E. Northrop.

Une horloge sonne 6 heures en 5 secondes. Combien de temps lui faut-il pour sonner midi?

Non, la réponse n'est pas 10 secondes. Une bouteille et son bouchon coûtent

ensemble 110 F. La bouteille coûte 100 F de plus que le bouchon. Combien coûte la bouteille?

Non, la réponse n'est pas 100 F. Une grenouille est au fond d'un puits de 30 mètres. En une heure, elle gravit 3 mètres, puis glisse de 2 mètres. Combien d'heures lui faut-il pour sortir?

Non, la réponse n'est pas 30 heures. Un TGV part de Paris pour Orléans en même temps qu'un omnibus part d'Orléans pour Paris. Le TGV roule à 250 km à l'heure, l'omnibus roule à 120 km à l'heure. Lequel sera le plus loin de Paris quand ils se croiseront?

Non, la réponse n'est pas le TGV. L'exemple suivant est très classique, mais n'a pas piégé que des enfants : Le père de Toto a trois fils : Pim, Pam et ... ? Non, la réponse n'est pas Poum.

RETOUR VERS LE PASSÉ

Dans le numéro de l'été 1997 d'Adobe Magazine, Apple faisait la publicité pour son ordinateur Power Mac en indiquant : En fait, Adobe Photoshop fonctionne 50 pour cent plus rapidement avec un Power Mac. Cela se traduit par un gain de 50 pour cent sur le temps que vous passez devant votre écran à attendre que votre machine retouche les photos, transforme les images ou applique des filtres.

Fonctionner 50 pour cent plus rapidement signifie que, pendant un temps donné, par exemple 10 secondes, le Power Mac traitera 50 pour cent de segments ou de surface d'image en plus que le modèle d'ordinateur précédent. Si ce que dit la publicité est vrai, alors se pose le problème suivant : avec un

1. Dans son autoportrait, Chagall, pour attirer l'attention, dessine plusieurs doigts à ses mains. L'erreur, voulue, illustre l'habileté du peintre polydactyle. En mathématiques, les erreurs ne sont pas destinées à attirer l'attention sur les qualités du mathématicien.