



De bons ennemis...

IVAR EKELAND

... vous incitent à coopérer alors même que vos intérêts divergent. Mais il est alors avantageux que l'information échangée ne soit pas trop précise.

Quelle valeur attacher à une information ? Cela dépend bien entendu de sa source : vous vous méfiez d'un adversaire, vous croyez un allié. Tout l'art consiste à doser la confiance que vous accordez à l'information en fonction de ce que vous savez des objectifs de l'informateur.

On peut développer cette idée dans nombre de directions. L'espionnage, par exemple : si vous voulez faire passer une information à votre ennemi de manière qu'il la croie, il faut le tromper sur sa provenance. Et voilà, vous avez inventé l'agent double et l'intoxication. Mais je ne suis pas John Le Carré, et je vais partir dans une autre direction : quelle confiance accorder à des gens qui ne sont pas vraiment des ennemis, mais pas tout à fait des alliés ?

Comme d'habitude en mathématiques, pour y voir clair, il faut simplifier. Ici, la simplification consiste à remplacer des situations humaines complexes par un jeu. Voici la règle. Mère Nature tire un nombre entre 0 et 100 qui m'est inconnu, et je dois proposer un nombre. Je devrai payer la différence entre ce que j'ai proposé et ce qui a été tiré. Si elle tire 33 et que je dis 56, je perds $56 - 33 = 23$. C'est un jeu tristounet, puisque la meilleure perspective qui me soit offerte est de tomber juste, et donc de ne rien payer (mais de ne rien gagner), mais la vie n'est pas toujours drôle. Mon meilleur choix est de me tenir à égale distance des extrêmes, et jouer 50.

Mais voilà qu'on me donne un partenaire – appelons-le Romuald. Le jeu se joue maintenant à deux. Mère Nature tire un nombre entre 0 et 100, et le montre à Romuald (mais pas à moi). Il a le droit de venir me parler. Libre à lui, durant cette communication, de me dire la vérité, ou de me raconter n'importe quoi : je n'ai aucun moyen de vérifier.

Ensuite je choisis un nombre, et comme auparavant je paierai la différence. Romuald aura un gain ou une perte – et c'est la manière dont sont déterminés ce gain ou cette perte qui fera de Romuald un adversaire ou un allié. Il n'est pas question d'agent double ici ! Je sais exactement qui est Romuald et ce qu'il touche. Imaginons d'abord que Romuald encaisse

exactement ce que je perds : tout ce qui quitte ma poche va dans la sienne. Nos intérêts sont donc opposés, il le sait et je le sais, et je ne peux donc prêter aucune foi à ce qu'il me dit. Je n'en tiendrai donc pas compte et jouerai 50, comme s'il n'était pas là. Il s'en rend compte, il se dispense de venir me parler.

Imaginons ensuite que Romuald perde exactement ce que je perds : si je paie 23, on lui réclame aussi 23. Nos intérêts concordent : Romuald est mieux qu'un allié, c'est un autre moi-même, et je lui ferai entièrement confiance. S'il me dit que c'est 27, je joue 27, et s'il a dit la vérité, lui et moi paierons zéro, ce qui est le mieux que nous puissions faire. Bref, nous passons un contrat implicite : Romuald dit la vérité, et je le crois. Il n'y a pas de juge pour le faire respecter, mais notre propre intérêt en est le garant : si je crois Romuald, il a intérêt à dire la vérité, et si Romuald dit la vérité, j'ai intérêt à le croire.

La situation devient intéressante dans la zone intermédiaire, quand Romuald a intérêt à ce que je me trompe un peu, mais pas trop ! Imaginons par exemple que l'on retire 10 à ce que j'ai proposé et que Romuald paie la différence entre ce nombre et le choix – qu'il connaît – de Mère Nature. Si le bon nombre est 33 et que je dise 56, je paie 26, mais Romuald paie $46 - 33 = 13$; il a donc intérêt à ce que je sois moins loin. Son idéal est que je dise 43 : je paie $43 - 33 = 10$, mais lui paie $33 - 33 = 0$. Si je tombe juste, je paie 0, mais lui paie 10.

Cette petite différence est encore loin de faire de Romuald un ennemi, mais elle suffit apparemment à déstabiliser le problème. Le contrat implicite que nous avons passé (Romuald dit la vérité, et je le crois) n'est plus tenable : si je crois Romuald, il n'a pas intérêt à dire la vérité. Si la vérité est 33, et si Romuald pense que je vais le croire, il a intérêt à dire $33 + 10 = 43$. On peut songer à un autre contrat implicite : Romuald dit la vérité en rajoutant 10, et je retranche 10 à ce qu'il me dit. Mais ce contrat n'est pas tenable non plus : si Romuald pense que je vais retrancher 10 à ce qu'il me dit, il ajoutera 20 et m'annoncera $33 + 20 = 53$ pour que je dise $53 - 10 = 43$. En fait, aucun contrat

implicite n'est tenable : si Romuald s'approche de moi et me dit « c'est 56 », que dois-je en conclure ? Que le bon nombre est 56 ? Qu'il a anticipé que je le croirai, et que le bon nombre est donc 46 ? Qu'il a anticipé que je croirai qu'il a anticipé que je le croirai, et que le bon nombre est donc 36 ? Qu'il a anticipé que je croirai qu'il a anticipé que je le croirai, et que le bon nombre est donc 26 ? Ou 16, ou 6 ?

ET SI MON ENNEMI AVAIT INTÉRÊT À DIRE VRAI ?

Il existe cependant des contrats qui sont tenables. Le plus simple consiste à répartir les nombres de 0 à 100 en deux catégories : les « grands » (supérieurs à 30) et les « petits » (inférieurs à 30). Romuald m'annonce si le vrai nombre est grand ou petit ; en réponse, je jouerai le milieu de l'intervalle correspondant, soit 15 s'il me dit qu'il est petit et 65 s'il me dit qu'il est grand. (Là aussi, Romuald retranche 10.)

Ainsi, si la vérité est 33, Romuald m'annonce que le nombre est grand, et je jouerai 65 ; je perdrai $65 - 33 = 32$ et Romuald $55 - 33 = 22$. Vérifions qu'il n'a pas intérêt à mentir : s'il me dit que le nombre est petit, je jouerai 15 et il perdra $33 - 5 = 28$, ce qui est davantage. De mon côté, je n'ai pas non plus intérêt à tricher : si Romuald m'annonce que le nombre est grand, c'est-à-dire entre 30 et 100, je n'ai rien de mieux à faire que de taper dans le milieu. Je laisse au lecteur le plaisir de vérifier ce qui se passe si la vérité est 27.

On a donc résolu le problème en échangeant des informations moins précises ! Solution paradoxale en apparence, mais qui ressemble beaucoup à ce qui se passe dans la vie de tous les jours : c'est avec les alliés les plus sûrs que l'on échange les informations les plus précises. La théorie des jeux nous apprend ici que l'on peut avoir avantage à échanger des informations, même avec des gens dont les intérêts divergent des nôtres. Mais le mode de communication doit alors changer : une information partielle peut être calibrée de manière à être avantageuse pour les deux parties.