

**PRIX
«INTERBREW-
BAILLET LATOUR
DE LA SANTÉ» 2002**

**Domaine
d'application :**

L'influenza.

Montant du Prix :

Le Prix s'élèvera à
six millions de francs belges
(6 000 000 BEF –
150 000 EUR).

Le Prix est décerné à une personnalité dont les activités sont axées sur la recherche scientifique et/ou sur les applications pratiques de celle-ci. Le Prix est destiné à reconnaître les mérites du lauréat et à promouvoir la poursuite de ses travaux.

Les candidats peuvent être de nationalité belge ou étrangère.

Les candidatures doivent parvenir à la Secrétaire générale du Fonds National de la Recherche Scientifique, rue d'Egmont 5 à B – 1000 Bruxelles (Belgique) avant le **14 septembre 2001**. La personnalité qui introduit la candidature doit joindre à celle-ci un mémoire sur les mérites du candidat, mémoire rédigé en anglais et comprenant au moins trois pages.

Règlement :

Le règlement est à votre disposition au secrétariat du Fonds National de la Recherche Scientifique, rue d'Egmont 5 à B – 1000 Bruxelles,
Tél. : 02.504.92.11
fax : 02.504.92.92
e-mail : mjsimoen@fnrs.be

postulat fondamental, les physiciens y croient de moins en moins, tout particulièrement ceux qui travaillent sur les ordinateurs quantiques. Cette méthode reste une «recette de calcul» utile, mais on devrait indiquer dans tous les ouvrages destinés aux étudiants que la réduction de la fonction d'onde ne viole probablement pas l'équation de Schrödinger.

**L'avenir
de la théorie quantique**

Après 100 ans d'idées quantiques, de quoi l'avenir sera-t-il fait? Quels mystères subsistent? Même si les discussions sur l'interprétation de la mécanique quantique et sur la nature profonde de la réalité se poursuivent, cette théorie n'est probablement qu'un élément d'une théorie plus globale. Les différentes théories de la physique peuvent être classées sur une sorte d'arbre généalogique où chacune «descend» d'une théorie «fondatrice» plus fondamentale. La théorie quantique des champs et la relativité générale formeraient le tronc fondateur de l'arbre. Les premières branches comprennent la mécanique quantique et la relativité restreinte, qui se ramifient en électromagnétisme, en mécanique classique ou encore en physique atomique. L'informatique, la psychologie ou encore la médecine sont plus loin encore, sur les branches élevées.

Toutes ces théories présentent deux aspects : un ensemble cohérent d'équations mathématiques et des explications qui relient ces équations et les résultats expérimentaux. La mécanique quantique telle qu'on la présente d'ordinaire se présente aussi comme des équations et quelques postulats explicites. Progressivement de nouveaux concepts sont introduits (les protons, les atomes, les cellules, les organismes...) parce qu'ils améliorent la compré-

hension des phénomènes en jeu, sans que l'on doive recourir à des théories plus fondamentales. Ainsi, le rapport du nombre d'équations au nombre de mots nécessaires pour les expliquer diminue à mesure que l'on s'élève dans l'arbre des théories et tend vers zéro dans les domaines appliqués, tels que la médecine ou la sociologie. Au contraire, les concepts proches de la souche de l'arbre évolutif des théories sont essentiellement mathématiques.

Le but ultime des physiciens est de découvrir ce que l'on qualifie en plaisantant de «théorie de tout», une théorie dont toutes les autres se déduiraient. Si une telle théorie existe, elle constituera la racine profonde de l'arbre des théories, la source de la relativité générale et de la théorie quantique. Les physiciens savent notamment qu'il leur manque la «théorie-mère» de la théorie de la gravitation et de la physique quantique.

La théorie du tout ne contient probablement aucun concept, sinon on devrait chercher à l'expliquer d'après une théorie encore plus fondamentale... jusqu'à obtenir la doctrine ultime. Cette dernière serait donc purement mathématique, sans explications ni postulats. Un mathématicien infiniment intelligent en déduirait l'arbre entier des théories d'après les seules équations, avec les propriétés de l'Univers qu'elles décrivent, les caractéristiques de ses habitants et leur perception du monde.

Les 100 premières années de la mécanique quantique nous ont donné de puissantes techniques et ont résolu de nombreux problèmes. Toutefois, les physiciens ont soulevé de nouvelles questions, tout aussi importantes que celles qui restaient ouvertes à l'époque où Maxwell inaugurerait son cours magistral à Cambridge, par exemple la nature de la gravitation et celle de la réalité.

Max TEGMARK est professeur de physique à l'Université de Pennsylvanie. John Archibald Wheeler est professeur de physique émérite à l'Institut des études avancées de Princeton. En 1934-1935, il a travaillé dans le groupe de Niels Bohr, à Copenhague. Il a eu comme étudiants Richard Feynman et Hugh Everett.

Daniel KLEPPNER et Roman JACKIW, *One Hundred Years of Quantum Physics*, Science, vol. 289, pp. 893-898, août 2000.

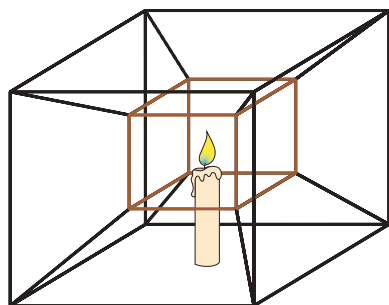
PLANCK, *Une conscience déchirée*, Editions Belin, 1998.

BEAM LINE, *Special quantum century issue*, vol. 30, n° 2.

Ce numéro du magazine BEAM LINE du laboratoire américain SLAC peut être téléchargé à l'adresse :

www.slac.stanford.edu/pubs/beam-line/pdf/00ii.pdf

A. ZIHLINGER, *The Quantum Centennial*, in *Nature*, vol. 408, pp. 639-641, 7 décembre 2000.



Le patron du Maître

AVIDA DOLLARS

Salvador Dali place le Christ dans la quatrième dimension en le crucifiant sur le patron d'un hypercube.

Corpus hypercubus. L'allusion latine au *Corpus Christi* est patente, tout comme la référence à la quatrième dimension. Il y a tout cela dans la peinture de Salvador Dali, et bien plus !

La vision dans l'espace à quatre dimensions nous oblige à de tels efforts que les meilleurs mathématiciens, s'ils la pratiquent, avouent une certaine impuissance à se déplacer dans un monde de dimension supérieure à trois, où ils ne sont guidés que par des règles algébriques et topologiques.

La peinture de Salvador Dali représente un hypercube déplié dans notre espace à trois dimensions et vu en perspective dans l'espace à deux dimensions du tableau. L'allusion à un espace

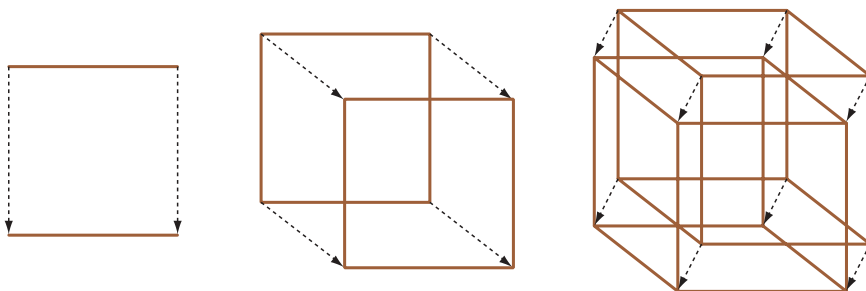
à deux dimensions est claire dans le damier du bas du tableau où l'on distingue une partie d'un patron planaire d'un cube à trois dimensions. Les jeux de lumière renforcent l'immersion du Christ dans notre monde à trois dimensions, où seules les ombres des bras sont portées sur des éléments cubiques de la croix quadridimensionnelle, tandis que la couleur sombre atténue les deux cubes qui n'apparaissent pas dans la croix traditionnelle.

Les exégètes de l'œuvre d'un peintre de génie voient dans l'œuvre de l'artiste 1 000 belles intentions qu'il n'avait peut-être pas. Il n'empêche : la représentation de l'hypercube par Dali est exacte et suit les règles mathématiques des patrons d'un hypercube dans un espace de dimension inférieure.

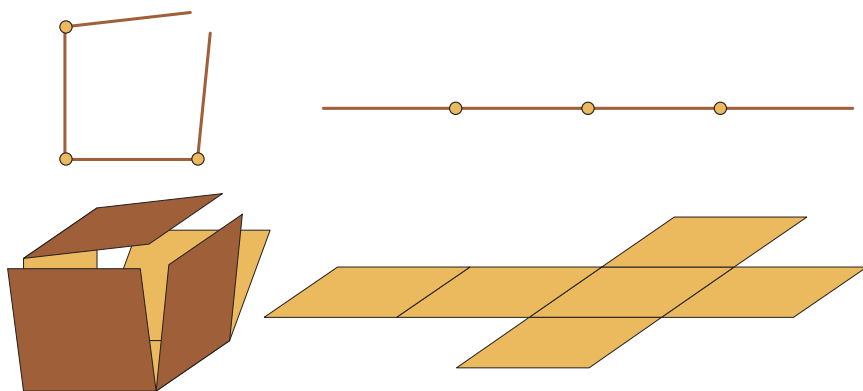
Quelles sont ces règles utilisées par les mathématiciens pour se représenter un objet à plus de trois dimensions dans notre espace ? Pour les décrire, nous examinerons comment passer de «cubes» à une ou à deux dimensions à des cubes de dimensions supérieures. Puis nous tenterons le grand saut pour passer de trois à quatre dimensions. Enfin, nous détaillerons comment figurer des cubes dans des dimensions inférieures en confectionnant, comme Dali, des «patrons».

Un segment de longueur donnée déplacé perpendiculairement d'une même longueur balaie la surface d'un carré, soit un «cube» à deux dimensions. Similairement, un carré déplacé perpendiculairement à son plan donne le cube habituel à trois dimensions. Ces déplacements «perpendiculaires» indiquent un moyen de passer d'une dimension à la dimension supérieure. Pour former un hypercube, il faudrait pousser le cube dans l'espace de dimension supérieure (voir la figure 1), mais là le bât blesse. Il est difficile d'aller y voir quelque chose, comme disent certains mathématiciens.

Il nous faut trouver une autre représentation. L'une est la projection : quand on projette un cube sur un plan selon la direction de ses arêtes, on obtient un carré. Quand on projette un carré selon un côté, on obtient un segment. La projection est un moyen de diminuer d'une dimension. Pour mieux saisir les caractéristiques des projections, nous passerons de l'ombre «au Soleil», où les directions de projection sont toutes parallèles, à l'ombre «au flambeau», où la lumière est issue d'une source ponctuelle. Alors, la projection d'une armature de cube donne deux carrés reliés par quatre arêtes, et la projection d'une armature d'hypercube, quand le flambeau est au centre, donne deux «cubes» imbriqués reliés par leurs arêtes (voir la figure à côté du titre de l'article). Les lecteurs patients construiront en fil de fer l'armature de cette figure et constateront que, sous un certain angle, la projection sur un plan donne l'armature d'un cube.



1. Un segment «poussé» dans une dimension supplémentaire perpendiculaire forme un carré (à gauche). La même opération sur le carré dessine un cube (au centre). Enfin, poussé dans une nouvelle dimension, le cube forme un hypercube (la projection, à droite).



2. Le déploiement d'une forme d'un espace de dimension n dans un espace de dimension $(n - 1)$ représente un patron de cette forme. Le patron d'un carré à deux dimensions est un segment à une dimension (en haut) ; le patron d'un cube à trois dimensions est une «croix» à deux dimensions (en bas).

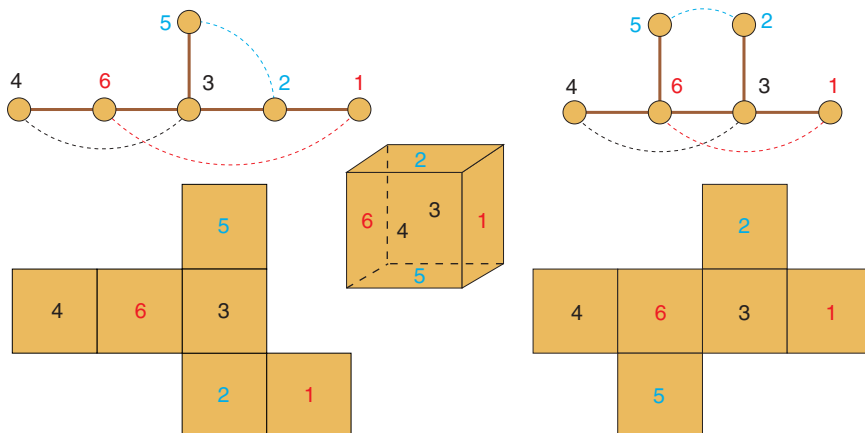


Photo Robert Deschamps / © Photo Deschamps & Deschamps

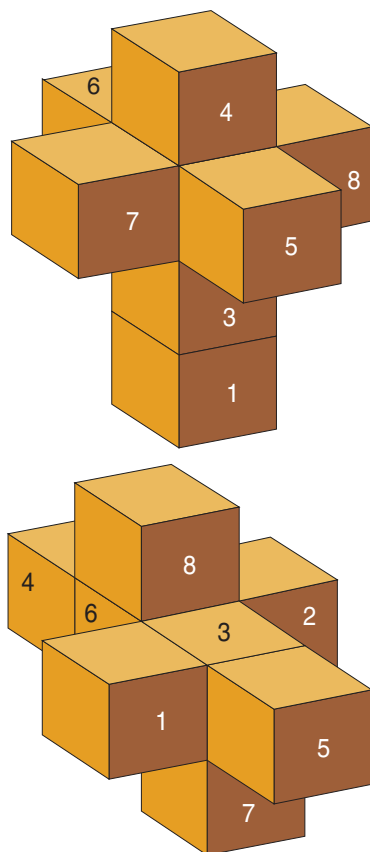
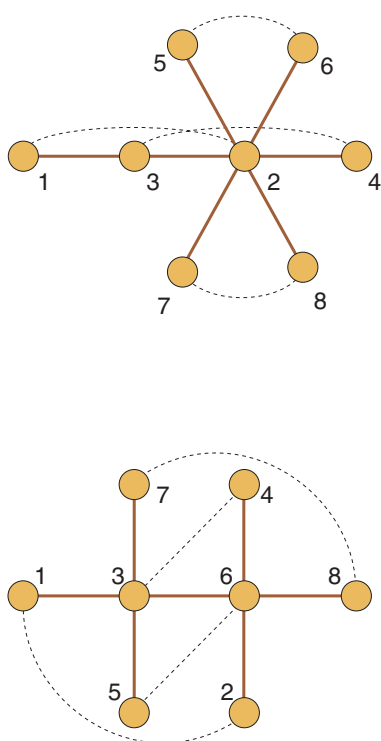
Notons qu'un esprit dans une dimension supérieure «voit» à l'intérieur de l'espace inférieur sans traverser sa surface : les êtres à trois dimensions que nous sommes voient l'intégralité de l'intérieur des formes à deux dimensions qui ne préservent ainsi aucun secret. De même, un esprit «divin» à quatre dimensions distingue l'intérieur de notre corps... et de notre âme.

Passons aux patrons pour étudier la vérité géométrique de la peinture de Dali.

Lorsque nous déplions un carré selon ses sommets (après avoir coupé l'armature du carré en un sommet), nous obtenons le patron à une dimension d'un carré. De même, un cube dont sept arêtes ont été judicieusement coupées s'aplatit en un patron à deux dimensions du cube (voir la figure 2). Or, nous pouvons découper le cube selon différentes combinaisons d'arêtes et réaliser différents patrons. Comment nous assurer qu'une figure est le patron d'un cube ? Par son graphe...



3. Des arbres appariés, des graphes connexes sans cycles dont les sommets sont couplés deux à deux sans que deux sommets voisins ne le soient (en haut), sont un moyen de représenter et de dénombrer les patrons d'un cube (en bas) : ici, 2 des 11 patrons du cube sont figurés.



4. Les patrons de l'hypercube (à droite) sont dénombrés grâce aux arbres appariés à huit sommets couplés deux à deux sans que deux sommets voisins ne le soient (à gauche) : il en existe 261.

On associe à un patron du cube un graphe dont les sommets représentent les faces, et les arêtes, les faces adjacentes. Le graphe d'un cube a donc six sommets (voir la figure 3).

Toutefois, n'importe quel graphe n'est pas l'image d'un patron. D'abord, puisque le patron est d'un seul tenant, le graphe l'est aussi, on dit alors qu'il est connexe. De plus, le patron est plan, donc trois faces ne seront pas adjacentes deux à deux, car elles rendraient impossible le pliage du patron ; le graphe correspondant n'a pas de cycle. De tels graphes, connexes et sans cycles, sont nommés des arbres.

Il est maintenant nécessaire de coupler (par un pointillé) les sommets du graphe correspondant aux faces opposées du cube. Notre numérotation donne une somme des deux faces opposées égale à 7. Des tels arbres sont dits appariés (voir la figure 3).

Ainsi armés, on détermine tous les graphes qui respectent les conditions définies, puis on les compte : il y a 11 arbres à 6 sommets appariés, donc 11 patrons du cube.

Revenons à l'hypercube, tel celui représenté sur le tableau. Imaginons que nous déployons l'hypercube dans notre espace à trois dimensions. Pour ce faire, nous coupons 17 des 24 carrés appartenant aux huit cubes à trois dimensions qui constituent la «surface» de l'hypercube et nous obtenons un patron de l'hypercube, un octocube. Chacun des huit cubes est collé à l'autre par une face.

Ici, on détermine tous les arbres appariés à huit sommets (ces arbres représentent aussi les patrons des octaèdres) qui, non appariés, sont au nombre de 23. Peter Turney a calculé, par ordinateur, qu'il y a 261 arbres à 8 sommets appariés, donc 261 patrons à 3 dimensions de l'hypercube (voir la figure 4). Le tableau de Dali représente l'un d'entre eux.

La projection à deux dimensions du patron d'un hypercube est le patron d'un cube normal, ce que l'on devine sur le damier du bas du tableau où certaines cases noires dessinent ce patron du cube.

Revenons à Dali : qui lui a enseigné les mathématiques ? Dali était friand de rencontres avec des personnes de talents différents : quand il ne rencontrait pas une personne nouvelle par jour, il était malheureux... Le peintre, mathématicien et joueur d'échecs Marcel Duchamp, membre du cénacle de Dali, a peut-être été le mentor du peintre.

Le commentaire de Dali sur son tableau reste ésotérique : «Croix hypercubique où le corps du Christ devient métaphysiquement le neuvième cube suivant les préceptes du discours sur la forme cubique de Juan de Herrera, constructeur de l'Escurial, inspiré par Raymond Lulle.» Ciel !