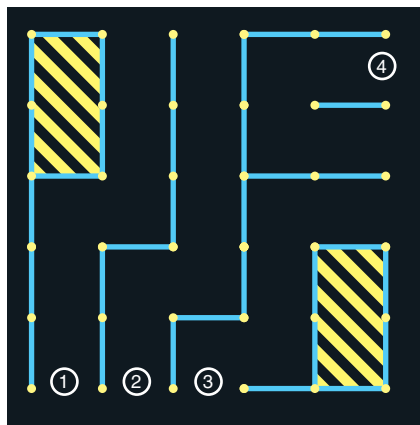
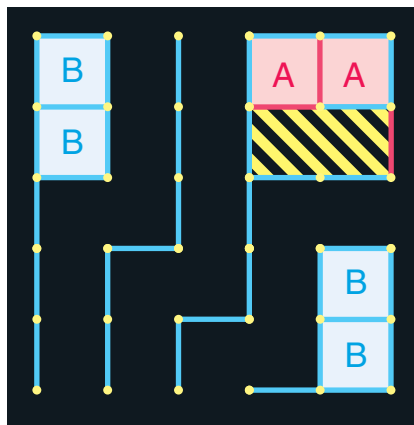
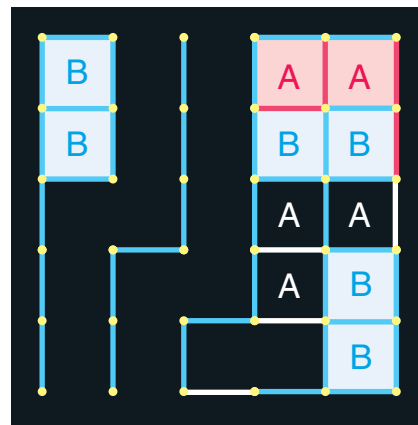




2. Cette grille (à gauche) a quatre chaînes numérotées de 1 à 4, et deux dominos. Après avoir conquis les deux dominos, Barnabé est confiant, car, à son tour de jouer, le nombre de chaînes est pair : il brise la chaîne (4) de quatre boîtes. Cependant, Albert laisse un



domino que Barnabé ne peut, au tour suivant, que prendre, pour ensuite briser la chaîne (3) de cinq boîtes (à droite). Albert ne prend que trois boîtes (en blanc) et abandonne encore un domino... Finalement, Albert gagnera.



perdra, car son adversaire jouera le dernier coup. Dans notre exemple, le nombre de chaînes est impair et Albert joue le premier : Barnabé bat Albert.

Par ailleurs, l'identité du joueur qui à la main après saturation dépend de la parité du nombre de coups joués auparavant. Quand ce nombre est pair, Albert brise la première chaîne et Barnabé obtient le premier territoire. En revanche, lorsque ce nombre est impair, les rôles sont inversés. Pour gagner, Albert (le premier joueur) doit faire en sorte que le nombre de coups avant d'atteindre la saturation et celui des chaînes après la saturation soient de même parité, alors que Barnabé, qui souhaite aussi gagner, doit espérer que les parités soient différentes. Une étude attentive de la grille, lorsque la saturation est proche, permet souvent d'atteindre un de ces objectifs : cette stratégie est celle de niveau un.

Que faire quand cette stratégie échoue ? Imaginons que malgré ses efforts pour jouer à son avantage, Albert ne puisse empêcher la position du douzième coup de la partie illustrée. Il peut encore gagner en suivant la stratégie de niveau deux. Au treizième coup, il brise la chaîne de deux boîtes. Au coup suivant, Barnabé occupe deux boîtes et brise la chaîne de trois boîtes. Cependant, au quizième coup, Albert décline l'offre des trois boîtes de cette chaîne : il n'en accepte qu'une seule et trace un segment au bas de la grille qui clôt un rectangle, composé de deux carrés, nommé domino.

Cet abandon de deux boîtes dans une chaîne de trois est un sacrifice. Toutefois, ce sacrifice place Barnabé dans une position fatale. Quant au seizième coup, il brise le domino, il gagne deux boîtes, mais il doit aussi rejouer et ne peut que briser la chaîne de quatre boîtes. Albert ramassera ces quatre boîtes et gagnera par cinq boîtes à quatre. Si Barnabé refuse le domino, les conséquences sont pires : tout autre mouvement brise la chaîne

de quatre boîtes et Albert s'emparera d'elles ainsi que du domino et gagnera alors par sept boîtes à deux.

La cause de Barnabé est perdue dès qu'Albert refuse la chaîne de trois dominos, car il ne reste qu'une seule chaîne sur la grille. Qu'en serait-il avec plusieurs chaînes ? Barnabé ne récupérerait-il pas quelques territoires en usant de la même stratégie ? La réponse est « pas toujours » ! La figure 2 montre une grille carrée de 36 points avec deux dominos et quatre chaînes. Quand Barnabé doit jouer, il peut s'emparer des dominos. S'il refuse, Albert peut à son tour les choisir sans aggraver sa situation. Barnabé brise alors la chaîne la plus courte. Puisque le nombre de chaînes est pair, il peut gagner grâce à la stratégie de niveau zéro décrite plus haut. Cependant, Albert choisit de ne prendre que deux des boîtes de la chaîne de quatre (voir la figure 2), il crée un domino avec la structure restante. Cette tactique oblige Barnabé à s'emparer du domino et à briser la chaîne à cinq boîtes. Albert joue

à son tour et ne prend que trois boîtes des cinq offertes par le coup de Barnabé. Il laisse ainsi un autre domino à Barnabé. Aussi longtemps que les chaînes contiennent au moins cinq boîtes, le sort est favorable à Albert qui contrôle le jeu et gagnera (voir la figure à côté du titre).

Une fois le contrôle de la grille obtenu, on le conserve en refusant les deux dernières boîtes de chaque chaîne (sauf bien sûr pour la dernière chaîne). Cette stratégie de niveau quatre peut se résumer ainsi : Albert fait en sorte que la somme du nombre de points de la grille et celui des longues chaînes (d'au moins trois boîtes) à saturation soit paire ; Barnabé tente de rendre cette somme impaire.

Où en sommes-nous dans les 86 pages de l'ouvrage de E. Berlekamp ? À la page sept seulement ! Le jeu est si complexe qu'aucune stratégie gagnante complète n'est connue. Le mathématicien américain le qualifie d'ailleurs de « jeu d'enfants mathématiquement le plus riche au monde », et de loin !

Réactions

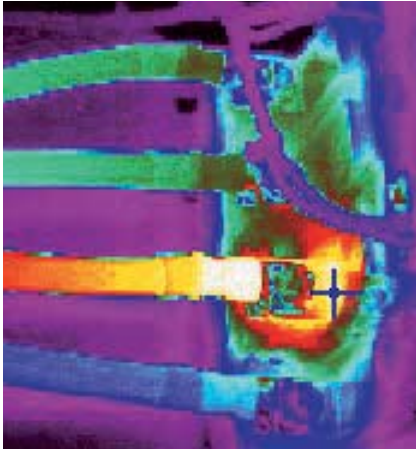
Les réactions à mon article *Paradoxes perdus et retrouvés* (voir *Pour la Science*, août 2000) ne cessent d'affluer. R. Burckel, de l'Université du Kansas, m'a envoyé une lettre à propos du paradoxe de Richard qui utilise la paradoxale définition : « Le plus petit entier positif que l'on ne peut pas définir par une phrase en français de moins de 23 mots. » Un tel nombre doit exister. Pour le trouver, on fait la liste de toutes les phrases d'au plus 22 mots qui définissent un entier unique, puis on détermine le plus petit entier des entiers omis. Toutefois, quel que soit ce nombre, la définition initiale le définit, et elle n'a que 22 mots !

R. Burckel note que ce paradoxe pose un problème, que son créateur, le logicien français Jules Richard, avait remarqué en 1906 : la liste des phrases n'est pas correctement définie. Par exemple, considérons ces deux propositions (j'ai modifié les propositions de R. Burckel et en accepte l'entière responsabilité).

« S'il existe, le nombre indiqué dans la phrase qui suit, et zéro sinon. »

« Le nombre précisé dans la phrase précédente augmenté de un. »

Chaque phrase semble définir un nombre unique ; elles appartiennent donc à la liste. Cependant, si la seconde suit la première, elles sont ensemble contradictoires. La liste n'est donc pas convenablement définie, la phrase de Richard ne définit pas un entier unique et le paradoxe s'évanouit.



Vision de la chaleur

ROLAND LEHOUCQ • JEAN-MICHEL COURTY

Divers systèmes de vision – l'œil lui-même – évaluent avec efficacité le rayonnement thermique émis par les objets.

DE LA LUMIÈRE À LA TEMPÉRATURE

Le rayonnement thermique émis par tout corps trahit sa température. Nos yeux et de nombreux systèmes de vision ou de détection sont capables, dans certaines situations, d'évaluer, à distance, la température des corps chauds. Toutefois, ils sont spécialisés pour certaines longueurs d'onde. Si l'on sait estimer la température d'un corps incandescent, car il rayonne beaucoup d'énergie sous forme de lumière visible, on doit, pour les objets moins chauds, détecter le rayonnement infrarouge qu'il dégage. Certains animaux, par exemple certains serpents ou même des coléoptères, détectent le rayonnement infrarouge pour repérer à la fois leurs prédateurs et leurs proies.

Comment peut-on définir le rayonnement thermique ? Tout corps, dont la température est supérieure au zéro absolu, émet des ondes électromagnétiques dans toute la gamme des longueurs d'onde. Seule la température détermine les caractéristiques de ce rayonnement. Plus précisément, la loi de Stefan stipule qu'un corps chaud rayonne une puissance électromagnétique proportionnelle à la puissance quatrième de la température (mesurée en kelvins). L'énergie se répar-

tit dans toutes les longueurs d'onde ; elle présente un maximum pour une longueur d'onde particulière. La loi de Wien stipule que le produit de la température par la longueur d'onde qui définit ce « pic d'émission » est constant et vaut $2\,896$ micromètres kelvins. Ainsi, un morceau de fer à 700 kelvins (427°C) émet son maximum d'énergie thermique pour une longueur d'onde de $4,1$ micromètres, trop éloignée dans l'infrarouge pour que la partie de son rayonnement émise dans les longueurs d'onde visibles nous soit perceptible. En revanche, quand la température de ce morceau de fer est égale à $1\,400$ kelvins ($1\,127^\circ\text{C}$), son pic d'émission est à une longueur d'onde de $2,1$ micromètres, plus proche du rouge (la plus grande longueur d'onde visible est vers $0,8$ micromètre) : nous le voyons alors luire. À $1\,400$ kelvins, la masse de fer rayonne 16 fois plus d'énergie qu'à 700 kelvins. Cet exemple montre qu'un corps émet l'essentiel de son rayonnement thermique pour une longueur d'onde d'autant plus petite qu'il est chaud.

Le Soleil, notre principale source de lumière, émet son maximum de puissance dans la partie jaune du spectre visible (pic vers $0,5$ micromètre). Ceci correspond à

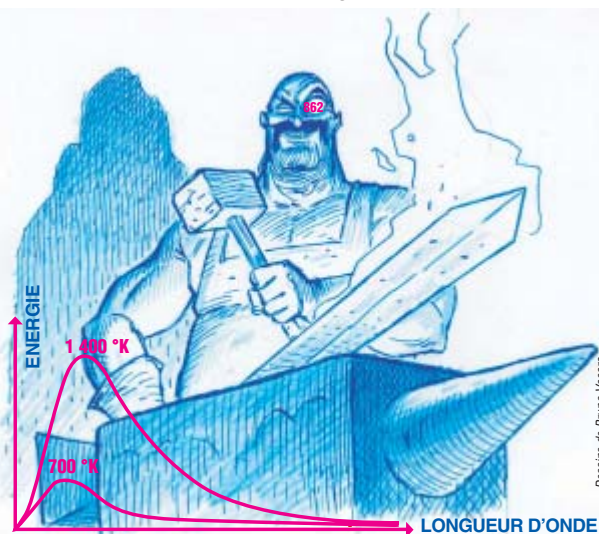
une température de $5\,770$ kelvins. Les braises d'un feu de bois émettent pour l'essentiel dans l'infrarouge, pour des longueurs d'onde proches de 3 micromètres. Leur maximum d'émission est toutefois suffisamment proche du domaine visible (de $0,4$ à $0,8$ micromètre) pour qu'elles émettent aussi un peu de lumière rouge. Elles cessent d'émettre de façon perceptible à nos yeux lorsque leur température devient inférieure à 500°C . Caractérisé par une température de surface de 25°C , notre corps émet lui aussi uniquement dans le domaine infrarouge (vers 10 micromètres). C'est pourquoi nous sommes invisibles dans l'obscurité.

Lorsqu'un corps chaud émet beaucoup de rayonnement, on peut en faire l'analyse spectrale, c'est-à-dire étudier la répartition de l'énergie dans les différentes longueurs d'onde. Celle-ci livre sa température. Deux situations se présentent. La première – la plus simple – est celle où il est possible de détecter le pic d'émission. Une fois celui-ci situé avec précision sur l'échelle des longueurs d'onde, la loi de Wien dicte la température du corps émetteur. De nombreux appareils de mesure exploitent ce principe. C'est ainsi que les physiciens ont, par exemple, déterminé la température de la photosphère du Soleil. Nous ne faisons pas autre chose, quand, apercevant un morceau de fer chauffé à blanc, nous concluons qu'il est proche de son point de fusion (vers $1\,800$ kelvins).

Toutefois, la détection du pic d'émission est souvent impossible : on est alors dans la seconde situation, où l'on cherche à évaluer une température en l'absence d'un pic d'émission. Ainsi, nous-mêmes, ou plutôt nos yeux, ne détectent pas les pics d'émission quand ils se trouvent en dehors du domaine visible.

La détermination des longueurs d'onde émises dans le domaine visible, c'est-à-dire de la « couleur perçue », s'impose alors. Avec un peu d'expérience, nous pouvons apprendre à estimer la température d'un corps incandescent, dont la température est supérieure à 500°C . Le souffleur de verre et le forgeron sont des experts : ils maîtrisent l'art de déterminer la température des matériaux qu'ils travaillent ; celle-ci guide le façonnage.

Toutefois, la façon dont nos yeux fonctionnent limite notre capacité d'évaluation de la température aux seuls corps qui émettent un rayonnement intense. Notre vision, ainsi que celle de la plupart des animaux, est bien adaptée à la lumière solaire ; la sensibilité est maximale dans la gamme des longueurs d'onde où le Soleil rayonne le plus d'énergie. Quand la luminosité est suffisante, nous pouvons distinguer toutes les couleurs grâce à l'un des deux types de nos cellules visuelles, les cônes. Ces



Dessins de Bruno Vacaro

Un forgeron expérimenté est capable d'évaluer à l'œil nu la température du métal qu'il travaille. Il doit le marteler à la bonne température pour être certain d'obtenir un matériau de qualité.