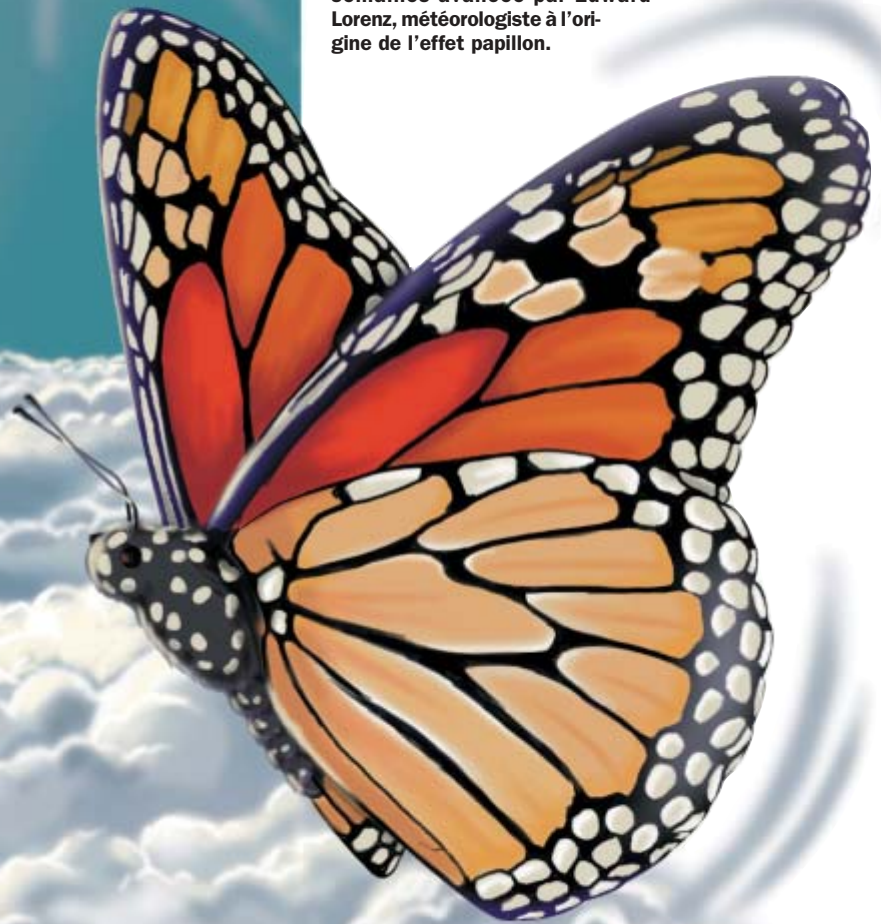


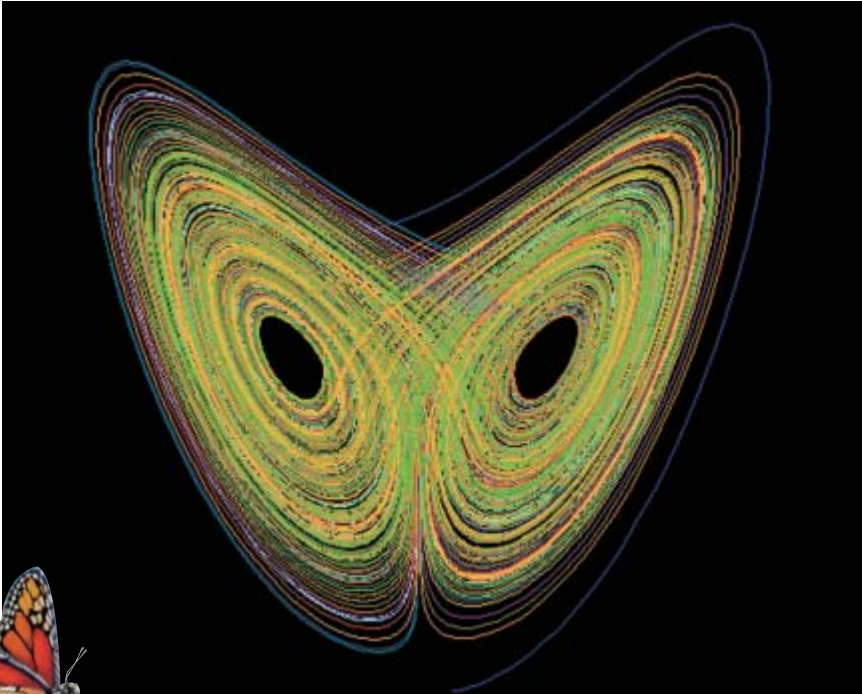
Cette découverte est fatale au déterminisme laplacien.

Revenons à la météorologie : dans les années 1950, la prévision météorologique «moderne», entreprise scientifique ambitieuse, commence à se mettre en place. Elle associe la physique de la modélisation de l'atmosphère, les mathématiques, le calcul numérique et l'informatique. Au début des années 1960, les premiers ordinateurs performants apparaissent et permettent des calculs auparavant inaccessibles. Le météorologiste américain Edward Lorenz commence alors à étudier un modèle simplifié de la convection atmosphérique, fondé sur des équations classiques de la convection dans les fluides. Son modèle contient trois degrés de liberté, c'est-à-dire trois inconnues, et se résume à trois équations différentielles à trois variables. En essayant de prévoir l'évolution de son modèle sur

1. LE BATTEMENT D'UNE AILE DE PAPILLON

ne déclenche pas de tempête, contrairement à une idée très répandue. Des effets statistiques entrent en jeu dans l'atmosphère : la turbulence s'organise et la sensibilité aux conditions initiales disparaît. Par conséquent, on peut espérer prédire le temps qu'il fera au-delà de la limite fatidique de deux semaines avancée par Edward Lorenz, météorologiste à l'origine de l'effet papillon.





2. L'ATTRACTEUR DE LORENZ décrit l'évolution d'un système sensible aux conditions initiales. L'état du système est représenté par un point dans l'espace. Deux points initialement voisins ont des trajectoires qui se séparent rapidement et ont des comportements différents. D'un point de vue physique, une petite erreur sur la mesure de l'état initial engendre une incertitude importante sur la connaissance de l'état ultérieur.

un temps long, il constate qu'il est impossible de la calculer avec précision, car la moindre perturbation initiale du système a un effet considérable à long terme et aboutit à une incertitude sur son état futur, qui croît de façon exponentielle avec le temps. En outre, en représentant l'état du système par un point mobile dans l'espace, il observe que ce point décrit au cours du temps une courbe qui semble s'enrouler autour d'un objet de structure complexe, qualifié d'«attracteur étrange» et aujourd'hui nommé «attracteur de Lorenz» (voir la figure 2).

E. Lorenz s'attaque ensuite au problème de la circulation atmosphérique à grande échelle. Vue de loin, l'atmosphère apparaît comme une mince pellicule de gaz entourant la sphère terrestre. E. Lorenz considère, en première approximation, qu'il s'agit d'un fluide parfait, c'est-à-dire sans viscosité (à grande échelle, la viscosité moléculaire du gaz joue en effet un rôle négligeable), et à deux dimensions. Il n'utilise qu'un petit nombre de degrés de liberté (quelques dizaines), afin de simplifier les calculs. À nouveau, E. Lorenz retrouve le phénomène de sensibilité exponentielle par rapport aux conditions initiales : la taille d'une perturbation double à chaque fois que le temps augmente d'une valeur donnée. Il pense alors que, si l'avenir est aussi difficile à prédire avec un petit nombre de degrés de liberté, la situa-

tion ne peut qu'empirer avec un modèle plus réaliste de l'atmosphère, qui comporterait un très grand nombre de degrés de liberté (la pression atmosphérique, les composantes de la vitesse du vent, le taux d'humidité, etc., sont autant d'inconnues à définir en tout point de la Terre).

L'effet papillon sort de son cocon

Avec ces travaux, E. Lorenz retrouve des constatations déjà établies par Poincaré et Hadamard, c'est-à-dire qu'on ne peut pas toujours calculer l'évolution d'un système simple. Sa contribution est d'avoir montré que l'imprédictibilité ne concerne pas seulement la mécanique céleste, mais aussi les écoulements atmosphériques.

Un contradicteur, dont on ignore l'identité, fait alors remarquer à E. Lorenz que, si le mouvement de l'atmosphère est aussi instable qu'il le prétend, il suffirait du battement de l'aile d'une mouette pour changer irrémédiablement son évolution. E. Lorenz soutient que c'est en effet le cas et calcule que ce changement se produirait en deux semaines environ. De cette polémique, la mouette se transformant en papillon, naît l'«effet papillon» : un événement, tel le battement des ailes d'un papillon en un point de la Terre, est une perturbation suffisante pour déclencher, deux semaines plus tard, une tornade

en un point éloigné. Évidemment, comme on ne peut connaître l'état de tous les papillons à un instant donné, la prévision de l'état de l'atmosphère au-delà de quinze jours est impossible.

À la même époque, le mathématicien Vladimir Arnold, de l'Institut de mathématiques Steklov, à Moscou, développant des idées de son maître, Andreï Kolmogorov, établit un lien entre l'hydrodynamique d'un fluide parfait et les surfaces à courbure négative d'Hadamard. Ces surfaces à courbure négative présentent, en tout point, un profil en forme de selle de cheval. Considérons une petite bille qui glisse sans frottement sur une telle surface. À partir d'un point quelconque où on la dépose, la bille, lancée avec une certaine vitesse initiale, décrit une trajectoire bien définie. L'ensemble des trajectoires que l'on obtient en modifiant la position de départ et la vitesse initiale est nommé «flot géodésique». Hadamard a montré que le mouvement d'une bille sur une surface à courbure négative est exponentiellement instable : quand on déplace légèrement son point de départ ou que l'on modifie un tant soit peu sa vitesse initiale, la nouvelle trajectoire s'écarte très rapidement de l'ancienne (la bille peut glisser d'un côté ou de l'autre de la selle par exemple). En pratique, on ne peut pas calculer la trajectoire de la bille au-delà d'un temps court.

V. Arnold ramène le problème de l'instabilité hydrodynamique à un «simple» calcul de courbure. Son idée consiste à décrire le mouvement du fluide parfait comme celui d'un point sur une «surface» ; la surface en question est très particulière, puisqu'elle possède une infinité de dimensions (on peut néanmoins, comme sur une surface ordinaire, définir sa courbure et le flot géodésique). En d'autres termes, la vitesse du vent à chaque instant et en tout point de l'atmosphère (le champ des vitesses) est décrite par le déplacement d'une bille sur cette «surface», soit le flot géodésique. V. Arnold parvient même à calculer la courbure d'une telle «surface» et montre que les mouvements des fluides parfaits sont analogues aux flots géodésiques d'Hadamard.

La situation est évidemment plus compliquée, mais ces calculs indiquent que, le plus souvent, les trajectoires de particules fluides, voisines à l'instant