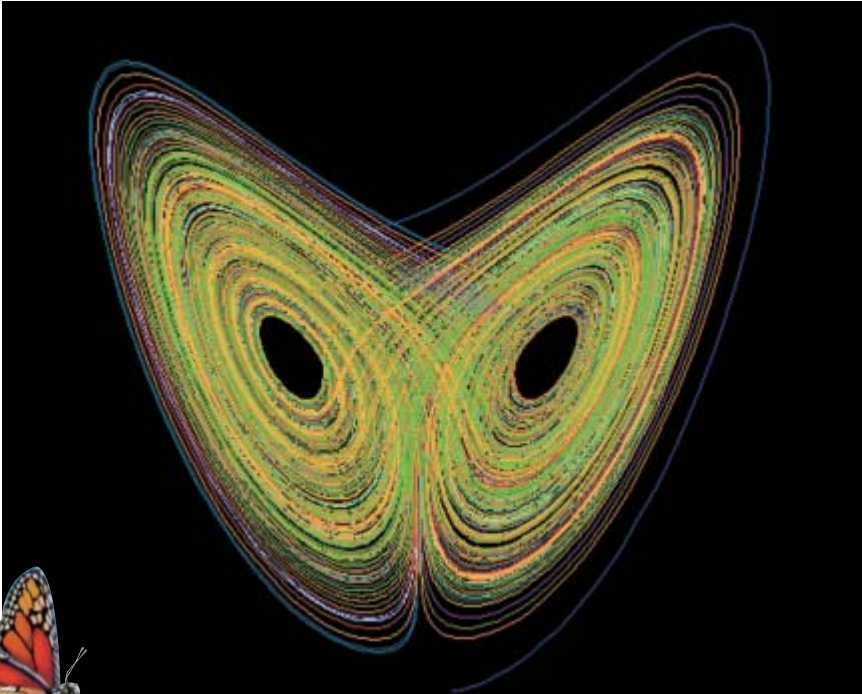




Temple University

2. L'ATTRACTEUR DE LORENZ décrit l'évolution d'un système sensible aux conditions initiales. L'état du système est représenté par un point dans l'espace. Deux points initialement voisins ont des trajectoires qui se séparent rapidement et ont des comportements différents. D'un point de vue physique, une petite erreur sur la mesure de l'état initial engendre une incertitude importante sur la connaissance de l'état ultérieur.

un temps long, il constate qu'il est impossible de la calculer avec précision, car la moindre perturbation initiale du système a un effet considérable à long terme et aboutit à une incertitude sur son état futur, qui croît de façon exponentielle avec le temps. En outre, en représentant l'état du système par un point mobile dans l'espace, il observe que ce point décrit au cours du temps une courbe qui semble s'enrouler autour d'un objet de structure complexe, qualifié d'«attracteur étrange» et aujourd'hui nommé «attracteur de Lorenz» (voir la figure 2).

E. Lorenz s'attaque ensuite au problème de la circulation atmosphérique à grande échelle. Vue de loin, l'atmosphère apparaît comme une mince pellicule de gaz entourant la sphère terrestre. E. Lorenz considère, en première approximation, qu'il s'agit d'un fluide parfait, c'est-à-dire sans viscosité (à grande échelle, la viscosité moléculaire du gaz joue en effet un rôle négligeable), et à deux dimensions. Il n'utilise qu'un petit nombre de degrés de liberté (quelques dizaines), afin de simplifier les calculs. À nouveau, E. Lorenz retrouve le phénomène de sensibilité exponentielle par rapport aux conditions initiales : la taille d'une perturbation double à chaque fois que le temps augmente d'une valeur donnée. Il pense alors que, si l'avenir est aussi difficile à prédire avec un petit nombre de degrés de liberté, la situa-

tion ne peut qu'empirer avec un modèle plus réaliste de l'atmosphère, qui comporterait un très grand nombre de degrés de liberté (la pression atmosphérique, les composantes de la vitesse du vent, le taux d'humidité, etc., sont autant d'inconnues à définir en tout point de la Terre).

L'effet papillon sort de son cocon

Avec ces travaux, E. Lorenz retrouve des constatations déjà établies par Poincaré et Hadamard, c'est-à-dire qu'on ne peut pas toujours calculer l'évolution d'un système simple. Sa contribution est d'avoir montré que l'imprédictibilité ne concerne pas seulement la mécanique céleste, mais aussi les écoulements atmosphériques.

Un contradictoire, dont on ignore l'identité, fait alors remarquer à E. Lorenz que, si le mouvement de l'atmosphère est aussi instable qu'il le prétend, il suffirait du battement de l'aile d'une mouette pour changer irrémédiablement son évolution. E. Lorenz soutient que c'est en effet le cas et calcule que ce changement se produirait en deux semaines environ. De cette polémique, la mouette se transformant en papillon, naît l'«effet papillon» : un événement, tel le battement des ailes d'un papillon en un point de la Terre, est une perturbation suffisante pour déclencher, deux semaines plus tard, une tornade

en un point éloigné. Évidemment, comme on ne peut connaître l'état de tous les papillons à un instant donné, la prévision de l'état de l'atmosphère au-delà de quinze jours est impossible.

À la même époque, le mathématicien Vladimir Arnold, de l'Institut de mathématiques Steklov, à Moscou, développant des idées de son maître, Andreï Kolmogorov, établit un lien entre l'hydrodynamique d'un fluide parfait et les surfaces à courbure négative d'Hadamard. Ces surfaces à courbure négative présentent, en tout point, un profil en forme de selle de cheval. Considérons une petite bille qui glisse sans frottement sur une telle surface. À partir d'un point quelconque où on la dépose, la bille, lancée avec une certaine vitesse initiale, décrit une trajectoire bien définie. L'ensemble des trajectoires que l'on obtient en modifiant la position de départ et la vitesse initiale est nommé «flot géodésique». Hadamard a montré que le mouvement d'une bille sur une surface à courbure négative est exponentiellement instable : quand on déplace légèrement son point de départ ou que l'on modifie un tant soit peu sa vitesse initiale, la nouvelle trajectoire s'écarte très rapidement de l'ancienne (la bille peut glisser d'un côté ou de l'autre de la selle par exemple). En pratique, on ne peut pas calculer la trajectoire de la bille au-delà d'un temps court.

V. Arnold ramène le problème de l'instabilité hydrodynamique à un «simple» calcul de courbure. Son idée consiste à décrire le mouvement du fluide parfait comme celui d'un point sur une «surface» ; la surface en question est très particulière, puisqu'elle possède une infinité de dimensions (on peut néanmoins, comme sur une surface ordinaire, définir sa courbure et le flot géodésique). En d'autres termes, la vitesse du vent à chaque instant et en tout point de l'atmosphère (le champ des vitesses) est décrite par le déplacement d'une bille sur cette «surface», soit le flot géodésique. V. Arnold parvient même à calculer la courbure d'une telle «surface» et montre que les mouvements des fluides parfaits sont analogues aux flots géodésiques d'Hadamard.

La situation est évidemment plus compliquée, mais ces calculs indiquent que, le plus souvent, les trajectoires de particules fluides, voisines à l'instant

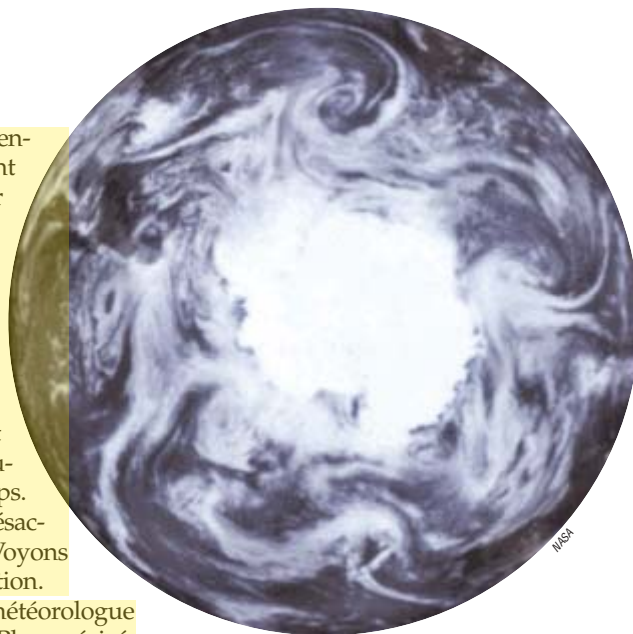
initial, s'écartent l'une de l'autre exponentiellement avec le temps.

Examinons l'état des connaissances tel qu'il se présentait à la fin des années 1960. Aux constatations de la fin du XIX^e siècle de Poincaré et d'Hadamard sur la sensibilité des systèmes dynamiques aux conditions initiales, s'ajoutent deux résultats : les simulations numériques de E. Lorenz sur la circulation atmosphérique, qui portent sur trois, puis sur quelques dizaines de degrés de liberté, et ensuite l'étude théorique de V. Arnold d'un système doté d'un nombre infini de degrés de liberté, qui montre l'instabilité exponentielle des trajectoires des particules fluides. Ces résultats, joints aux difficultés pratiques de la prévision météorologique, font naître l'idée que les mouvements de l'atmosphère sont impossibles à prévoir, à cause de la sensibilité exponentielle aux conditions initiales : le célèbre «effet papillon» prend son envol. L'image de l'effet papillon, à la fois poétique et facile à comprendre, se répand rapidement dans le grand public et devient le nouveau paradigme qui remplace le déterminisme laplacien. Il diffuse vers d'autres disciplines (économie, sociologie...), et nous invite à repenser le monde en termes «modernes» de chaos, de complexité et d'imprédictibilité. Pourtant, à y regarder de plus près, l'effet papillon ne résiste pas à une analyse plus poussée.

L'effet papillon bat de l'aile

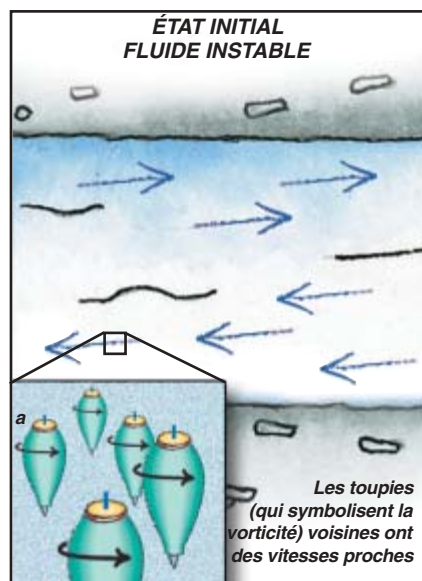
Au cours des dernières décennies, les météorologistes ont étudié comment une erreur initiale se propage dans les modèles de prévision du temps ; ils ont constaté qu'après une courte période de un à deux jours la croissance des perturbations n'est pas exponentielle, comme l'avait prédit E. Lorenz, mais plutôt proportionnelle au temps. Voilà une observation en désaccord avec l'effet papillon. Voyons d'où vient cette contradiction.

Dans sa démarche, le météorologue américain fit une erreur. Plus précisément, il se livra à une extrapolation hasardeuse qui le conduisit à des conclusions erronées. En effet, il ne tint pas compte des nouveaux phénomènes d'origine statistique susceptibles d'apparaître lorsqu'on passe d'un petit à un grand nombre de degrés de liberté. C'est le fondement de la mécanique statistique, que découvrit Boltzmann à la fin du XIX^e siècle. Prenons un exemple bien connu : considérons quatre ou cinq molécules de gaz enfermées dans une boîte. Elles interagissent entre elles et avec les parois de la boîte qui les contient. Pour décrire le comportement

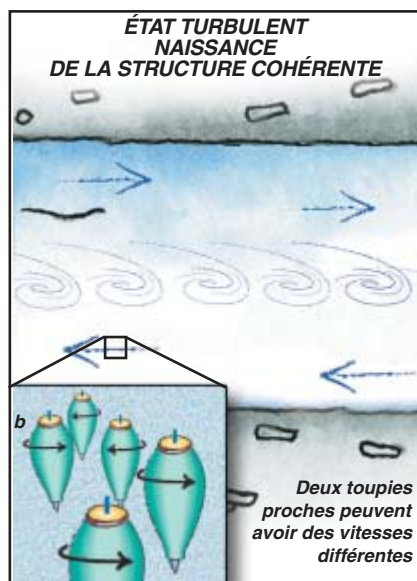


3. DE GRANDS TOURBILLONS entourent le pôle Sud. Anticyclones ou dépressions, ces tourbillons, nommés structures cohérentes, naissent de l'organisation de la turbulence atmosphérique.

de ce petit système à long terme, on se heurte à la même difficulté de calcul que celle que rencontra Lorenz : on ne peut pas prévoir les trajectoires des molécules. En revanche, considérons maintenant le système formé par toutes les molécules de gaz présentes dans une pièce. Évidemment, si l'on voulait décrire avec précision le mouvement de toutes les molécules, la tâche serait insur-



4. DANS UN FLUIDE PARFAIT INCOMPRESSIBLE À DEUX DIMENSIONS (l'atmosphère par exemple), l'écoulement est décrit par la vorticité : à chaque point est associée une minuscule «toupie» qui est emportée par le flot, tout en conservant sa vitesse de rotation. Dans l'état initial (à gauche), deux points voisins ont des vorticités proches (les toupies associées tournent à peu près à la même vitesse) (a). Comme deux courants se croisent, l'état est



instable et l'écoulement devient turbulent (au centre) ; deux points proches ont parfois des vorticités très différentes (b). À l'échelle microscopique, on ne peut prévoir la vorticité de tous les points. Pourtant, l'ordre émerge de ce chaos et, à l'échelle macroscopique, l'écoulement fluide s'organise en structures cohérentes (à droite, un tourbillon simple). L'ordre semble régner alors que le chaos subsiste à petite échelle (c).

