

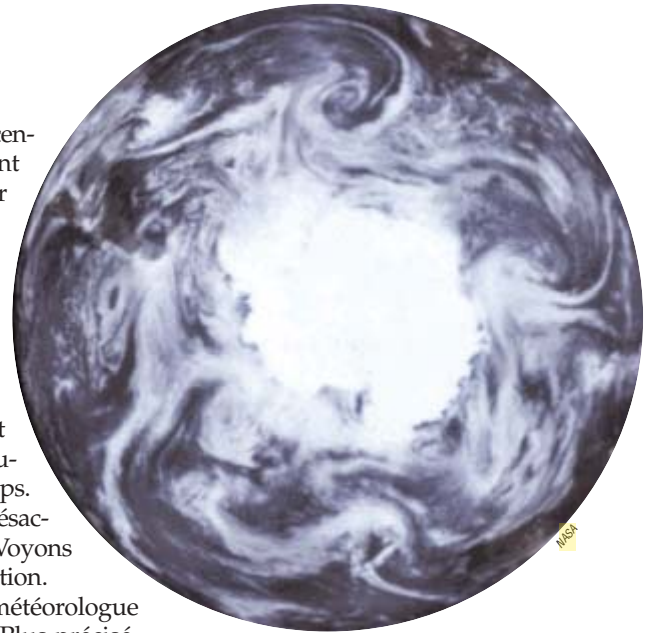
initial, s'écartent l'une de l'autre exponentiellement avec le temps.

Examinons l'état des connaissances tel qu'il se présentait à la fin des années 1960. Aux constatations de la fin du XIX^e siècle de Poincaré et d'Hadarnard sur la sensibilité des systèmes dynamiques aux conditions initiales, s'ajoutent deux résultats : les simulations numériques de E. Lorenz sur la circulation atmosphérique, qui portent sur trois, puis sur quelques dizaines de degrés de liberté, et ensuite l'étude théorique de V. Arnold d'un système doté d'un nombre infini de degrés de liberté, qui montre l'instabilité exponentielle des trajectoires des particules fluides. Ces résultats, joints aux difficultés pratiques de la prévision météorologique, font naître l'idée que les mouvements de l'atmosphère sont impossibles à prévoir, à cause de la sensibilité exponentielle aux conditions initiales : le célèbre «effet papillon» prend son envol. L'image de l'effet papillon, à la fois poétique et facile à comprendre, se répand rapidement dans le grand public et devient le nouveau paradigme qui remplace le déterminisme laplacien. Il diffuse vers d'autres disciplines (économie, sociologie...), et nous invite à repenser le monde en termes «modernes» de chaos, de complexité et d'imprédictibilité. Pourtant, à y regarder de plus près, l'effet papillon ne résiste pas à une analyse plus poussée.

L'effet papillon bat de l'aile

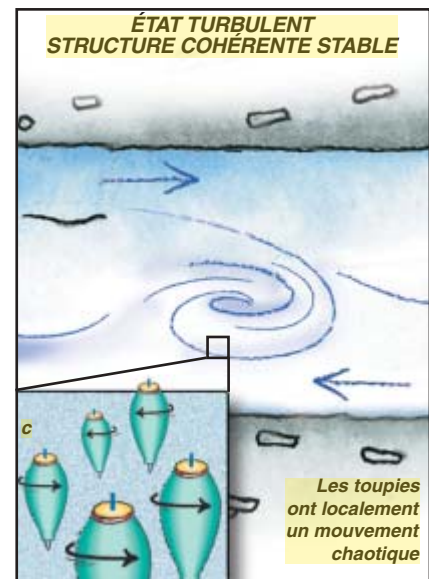
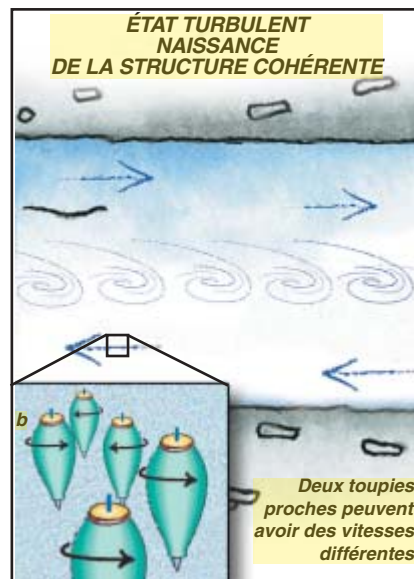
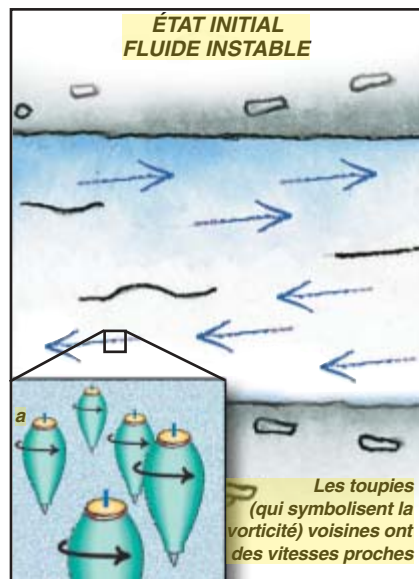
Au cours des dernières décennies, les météorologistes ont étudié comment une erreur initiale se propage dans les modèles de prévision du temps ; ils ont constaté qu'après une courte période de un à deux jours la croissance des perturbations n'est pas exponentielle, comme l'avait prédit E. Lorenz, mais plutôt proportionnelle au temps. Voilà une observation en désaccord avec l'effet papillon. Voyons d'où vient cette contradiction.

Dans sa démarche, le météorologue américain fit une erreur. Plus précisément, il se livra à une extrapolation hasardeuse qui le conduisit à des conclusions erronées. En effet, il ne tint pas compte des nouveaux phénomènes d'origine statistique susceptibles d'apparaître lorsqu'on passe d'un petit à un grand nombre de degrés de liberté. C'est le fondement de la mécanique statistique, que découvrit Boltzmann à la fin du XIX^e siècle. Prenons un exemple bien connu : considérons quatre ou cinq molécules de gaz enfermées dans une boîte. Elles interagissent entre elles et avec les parois de la boîte qui les contient. Pour décrire le comportement



3. DE GRANDS TOURBILLONS entourent le pôle Sud. Anticyclones ou dépressions, ces tourbillons, nommés structures cohérentes, naissent de l'organisation de la turbulence atmosphérique.

de ce petit système à long terme, on se heurte à la même difficulté de calcul que celle que rencontra Lorenz : on ne peut pas prévoir les trajectoires des molécules. En revanche, considérons maintenant le système formé par toutes les molécules de gaz présentes dans une pièce. Évidemment, si l'on voulait décrire avec précision le mouvement de toutes les molécules, la tâche serait insur-



4. DANS UN FLUIDE PARFAIT INCOMPRESSIBLE À DEUX DIMENSIONS (l'atmosphère par exemple), l'écoulement est décrit par la vorticité : à chaque point est associée une minuscule «toupie» qui est emportée par le flot, tout en conservant sa vitesse de rotation. Dans l'état initial (à gauche), deux points voisins ont des vorticités proches (les toupies associées tournent à peu près à la même vitesse (a)). Comme deux courants se croisent, l'état est

instable et l'écoulement devient turbulent (au centre) ; deux points proches ont parfois des vorticités très différentes (b). À l'échelle microscopique, on ne peut prévoir la vorticité de tous les points. Pourtant, l'ordre émerge de ce chaos et, à l'échelle macroscopique, l'écoulement fluide s'organise en structures cohérentes (à droite, un tourbillon simple). L'ordre semble régner alors que le chaos subsiste à petite échelle (c).

montable. En revanche, si l'on s'intéresse seulement à des valeurs moyennes, comme la densité, la pression, la température, on s'aperçoit que ces quantités de nature statistique sont prévisibles à long terme : on peut, par exemple, prédire avec un risque d'erreur minime que la densité va rester uniforme et constante dans toute la pièce. La cause apparaît dans le scénario imaginé par Boltzmann : si le système est suffisamment chaotique, les molécules ont tendance à occuper tout l'espace disponible. Autrement dit, même si l'on plaçait initialement toutes les molécules dans un coin de la pièce, elles ne resteraient pas confinées, à cause de leurs mouvements erratiques. On parle d'«observables macroscopiques» pour désigner ces moyennes statistiques, telle la pression, par opposition aux trajectoires individuelles des molécules, qui sont des «observables microscopiques». Résumons la leçon de Boltzmann : avec un grand nombre de degrés de liberté, bien que le système ne soit pas microscopiquement prévisible, les observables macroscopiques le sont. Avant d'aller plus loin, faisons une incursion dans le domaine de la turbulence, puisque l'atmosphère est un fluide turbulent.

Turbulence et structures cohérentes

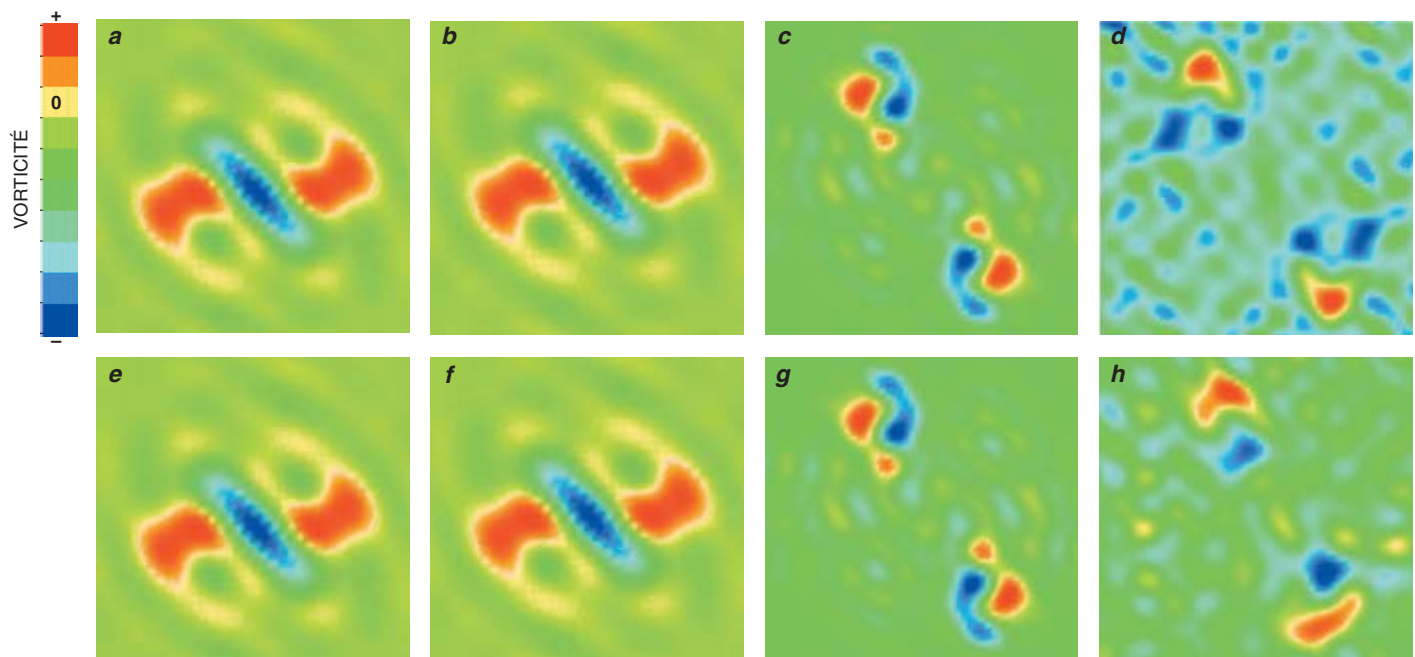
La turbulence, mouvement complexe et désordonné d'un fluide, apparaît dans presque tous les écoulements, sauf lorsque le frottement visqueux domine (le frottement des molécules les unes sur les autres). Dans ce cas, l'écoulement prend un aspect plus ordonné, et on dit qu'il est laminaire. En pratique, les écoulements que l'on observe à l'échelle humaine (les rivières, les courants d'air...) sont turbulents, de même que l'écoulement atmosphérique ou océanique.

Nous nous intéressons à la classe particulière d'écoulements turbulents à deux dimensions, c'est-à-dire qui ont lieu dans un plan ou sur une surface. Cela n'est pas une vue de l'esprit, mais une approximation justifiée pour un fluide contenu dans un récipient en rotation rapide, ou pour un fluide confiné dans une couche de faible épaisseur. Les mouvements de l'atmosphère et des océans sont considérés comme des écoulements bidimensionnels, car l'épaisseur des fluides est négligeable par rapport à leur étendue.

Nous faisons aussi l'hypothèse que l'écoulement de l'atmosphère est incom-

pressible, ce qui est vérifié à l'échelle globale dans l'atmosphère et dans les océans. Dans ce cas, la dynamique de l'écoulement est déterminée par une grandeur définie en chaque point du fluide et nommée «vorticité». Elle mesure la vitesse de rotation propre de chaque point du fluide (en termes mathématiques, la vorticité est le rotationnel de la vitesse) : chaque point est représenté par une petite toupie qui tourne sur elle-même. Le fluide est constitué d'une multitude de toupies, mais toutes n'ont pas la même vitesse de rotation. Quand le fluide s'écoule, elles se déplacent. Dans les écoulements que nous étudions, la vorticité d'une particule fluide reste inchangée, c'est-à-dire que les toupies gardent toujours les mêmes vitesses de rotation, car les frottements par viscosité sont négligeables.

Alors qu'à petite échelle, le mouvement est chaotique, on observe qu'à grande échelle les écoulements turbulents bidimensionnels incompressibles s'organisent, et de grandes structures tourbillonnaires apparaissent, nommées «structures cohérentes». Ces structures sont formées d'un seul tourbillon, ou de deux, accolés et tournant en sens inverse, ou encore de trois... ou plus.



5. L'ÉVOLUTION DE L'ATMOSPHÈRE est simulée avec un modèle d'écoulement identique à celui utilisé par E. Lorenz. À chaque point du plan est associée une «toupie», sa vorticité. Les valeurs sont indiquées par des couleurs allant du bleu (la vorticité est négative : la toupie tourne dans le sens des aiguilles d'une montre) au rouge (la vorticité est positive : la toupie tourne dans l'autre sens), en passant par le jaune (la vorticité est nulle). L'état initial (a) est choisi de façon à ce que le système évolue rapidement vers une structure cohérente : il a une forme particulière, constituée d'une ellipse où la vorticité est négative, entourée d'une couronne où la vorticité est positive (en réalité, il n'existe pas d'état initial de l'atmosphère, mais on sait que de

telles structures cohérentes se forment). Le calcul est effectué avec un faible nombre de variables (de l'ordre de 100) ; les «points» qui constituent l'atmosphère sont épais et les figures sont floues. Après une courte période d'évolution, trois tourbillons apparaissent (b), puis ils se fragmentent (c), et l'atmosphère devient de plus en plus chaotique (d). On perturbe très légèrement l'état initial. La perturbation étant très faible, rien n'est visible à l'œil nu au début (e et f) ; un examen attentif (g) révèle de légères différences avec la phase correspondante du modèle précédent (c). Ensuite, le système perturbé (h) évolue très différemment du système non perturbé. Pour un tel système, l'évolution à long terme n'est pas prévisible.