

montable. En revanche, si l'on s'intéresse seulement à des valeurs moyennes, comme la densité, la pression, la température, on s'aperçoit que ces quantités de nature statistique sont prévisibles à long terme : on peut, par exemple, prédire avec un risque d'erreur minime que la densité va rester uniforme et constante dans toute la pièce. La cause apparaît dans le scénario imaginé par Boltzmann : si le système est suffisamment chaotique, les molécules ont tendance à occuper tout l'espace disponible. Autrement dit, même si l'on plaçait initialement toutes les molécules dans un coin de la pièce, elles ne resteraient pas confinées, à cause de leurs mouvements erratiques. On parle d'«observables macroscopiques» pour désigner ces moyennes statistiques, telle la pression, par opposition aux trajectoires individuelles des molécules, qui sont des «observables microscopiques». Résumons la leçon de Boltzmann : avec un grand nombre de degrés de liberté, bien que le système ne soit pas microscopiquement prévisible, les observables macroscopiques le sont. Avant d'aller plus loin, faisons une incursion dans le domaine de la turbulence, puisque l'atmosphère est un fluide turbulent.

Turbulence et structures cohérentes

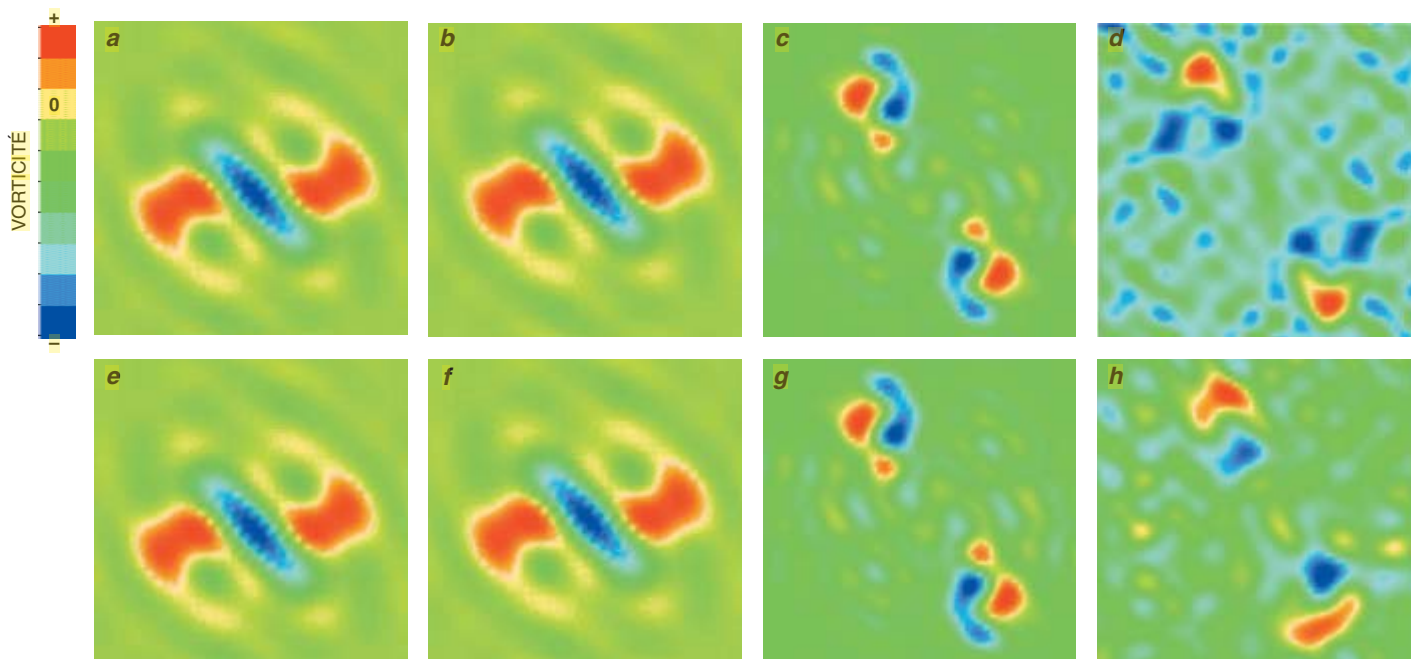
La turbulence, mouvement complexe et désordonné d'un fluide, apparaît dans presque tous les écoulements, sauf lorsque le frottement visqueux domine (le frottement des molécules les unes sur les autres). Dans ce cas, l'écoulement prend un aspect plus ordonné, et on dit qu'il est laminaire. En pratique, les écoulements que l'on observe à l'échelle humaine (les rivières, les courants d'air...) sont turbulents, de même que l'écoulement atmosphérique ou océanique.

Nous nous intéressons à la classe particulière d'écoulements turbulents à deux dimensions, c'est-à-dire qui ont lieu dans un plan ou sur une surface. Cela n'est pas une vue de l'esprit, mais une approximation justifiée pour un fluide contenu dans un récipient en rotation rapide, ou pour un fluide confiné dans une couche de faible épaisseur. Les mouvements de l'atmosphère et des océans sont considérés comme des écoulements bidimensionnels, car l'épaisseur des fluides est négligeable par rapport à leur étendue.

Nous faisons aussi l'hypothèse que l'écoulement de l'atmosphère est incom-

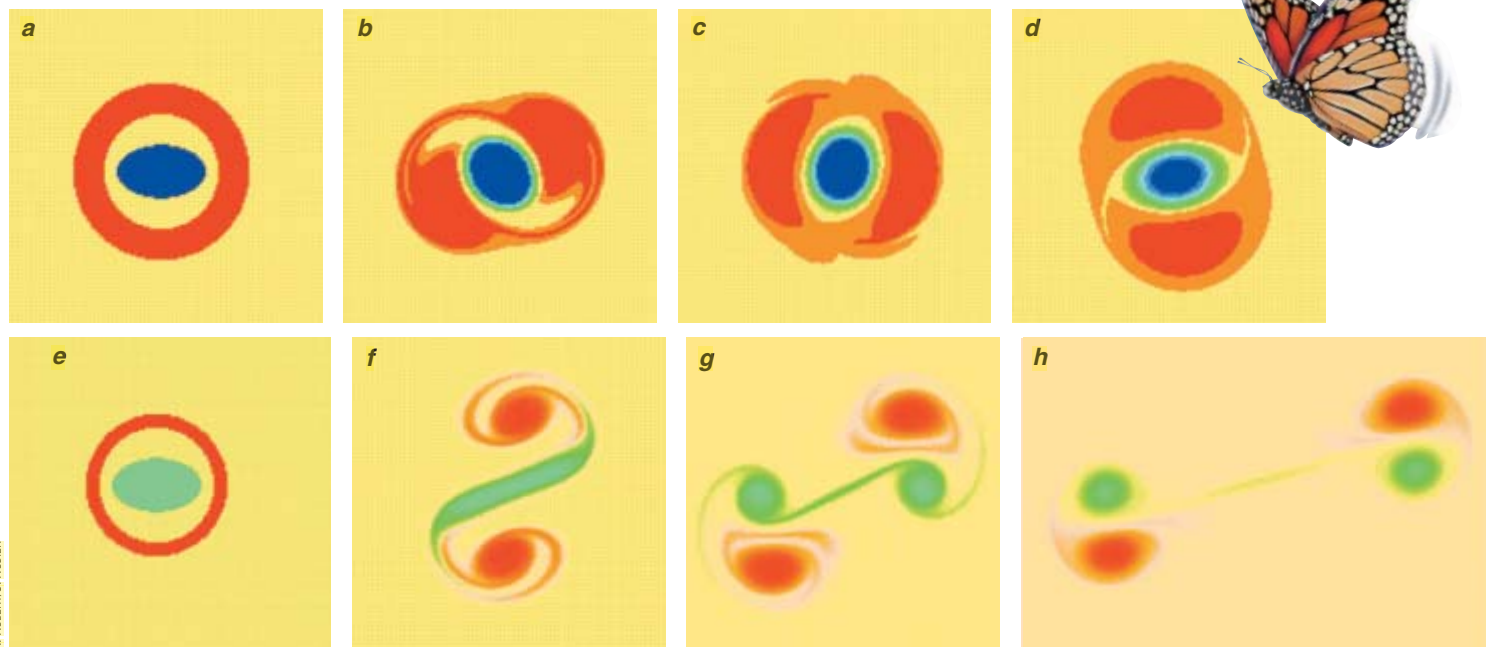
pressible, ce qui est vérifié à l'échelle globale dans l'atmosphère et dans les océans. Dans ce cas, la dynamique de l'écoulement est déterminée par une grandeur définie en chaque point du fluide et nommée «vorticité». Elle mesure la vitesse de rotation propre de chaque point du fluide (en termes mathématiques, la vorticité est le rotationnel de la vitesse) : chaque point est représenté par une petite toupie qui tourne sur elle-même. Le fluide est constitué d'une multitude de toupies, mais toutes n'ont pas la même vitesse de rotation. Quand le fluide s'écoule, elles se déplacent. Dans les écoulements que nous étudions, la vorticité d'une particule fluide reste inchangée, c'est-à-dire que les toupies gardent toujours les mêmes vitesses de rotation, car les frottements par viscosité sont négligeables.

Alors qu'à petite échelle, le mouvement est chaotique, on observe qu'à grande échelle les écoulements turbulents bidimensionnels incompressibles s'organisent, et de grandes structures tourbillonnaires apparaissent, nommées «structures cohérentes». Ces structures sont formées d'un seul tourbillon, ou de deux, accolés et tournant en sens inverse, ou encore de trois... ou plus.



5. L'ÉVOLUTION DE L'ATMOSPHÈRE est simulée avec un modèle d'écoulement identique à celui utilisé par E. Lorenz. À chaque point du plan est associée une «toupie», sa vorticité. Les valeurs sont indiquées par des couleurs allant du bleu (la vorticité est négative : la toupie tourne dans le sens des aiguilles d'une montre) au rouge (la vorticité est positive : la toupie tourne dans l'autre sens), en passant par le jaune (la vorticité est nulle). L'état initial (a) est choisi de façon à ce que le système évolue rapidement vers une structure cohérente : il a une forme particulière, constituée d'une ellipse où la vorticité est négative, entourée d'une couronne où la vorticité est positive (en réalité, il n'existe pas d'état initial de l'atmosphère, mais on sait que de

telles structures cohérentes se forment). Le calcul est effectué avec un faible nombre de variables (de l'ordre de 100) ; les «points» qui constituent l'atmosphère sont épais et les figures sont floues. Après une courte période d'évolution, trois tourbillons apparaissent (b), puis ils se fragmentent (c), et l'atmosphère devient de plus en plus chaotique (d). On perturbe très légèrement l'état initial. La perturbation étant très faible, rien n'est visible à l'œil nu au début (e et f) ; un examen attentif (g) révèle de légères différences avec la phase correspondante du modèle précédent (c). Ensuite, le système perturbé (h) évolue très différemment du système non perturbé. Pour un tel système, l'évolution à long terme n'est pas prévisible.



6. AVEC UN GRAND NOMBRE DE VARIABLES (de l'ordre de 100 000), la simulation de l'évolution de l'atmosphère diffère de celle que prévoit le modèle de Lorenz : l'atmosphère s'organise, car des effets statistiques interviennent. Au début, la couronne se déforme et s'enroule de manière complexe autour de l'ellipse (b) ; progressivement, un système formé de trois tourbillons se constitue (c), puis se stabilise en une structure formée d'un tourbillon central entouré de deux tourbillons accolés tournant en sens inverse, le tout étant animé d'un mouvement de rotation uniforme (d). On n'aboutit donc plus à un système chaotique,

mais à une structure cohérente stable. En changeant l'état initial (*couronne plus mince*) (e), on observe une organisation différente : le tourbillon central s'étire (f), puis le système se scinde en deux dipôles qui s'éloignent l'un de l'autre à vitesse constante (g, h). Dans les deux cas, une légère perturbation de l'état initial (non représentée ici) a un effet très faible, impossible à détecter à l'œil nu : on n'observe pas de sensibilité par rapport aux conditions initiales et l'on peut prévoir l'évolution. Les simulations numériques présentées ici ont été effectuées par Carole Rosier de l'Université de Lyon 1.

Elles s'étendent sur plusieurs milliers de kilomètres dans l'atmosphère terrestre, où l'on peut en observer tous les jours. Ces grandes structures cycloniques ou anticycloniques sont en effet visibles grâce aux nuages et apparaissent souvent sur les images prises par satellite (voir la figure 4). Plus loin de nous, la grande tache rouge de Jupiter, gigantesque tourbillon d'environ 20 000 kilomètres de diamètre, formé dans une mince couche fluide à la surface de la planète, est un exemple spectaculaire d'une telle structure (voir la figure 7).

La formation systématique de telles structures cohérentes est une caractéristique des écoulements à deux dimensions. Elles apparaissent et persistent au sein d'écoulements très chaotiques, ce qui a longtemps intrigué les observateurs. Pourquoi ne sont-elles pas disloquées par la turbulence vigoureuse où elles baignent ?

Un tourbillon, dans une rivière par exemple, se caractérise localement par une vorticité élevée, c'est-à-dire que de nombreuses toupies tournant dans le même sens se regroupent dans une même région. Cette description d'un tourbillon élémentaire ne suffit pas à nous faire comprendre l'organisation des systèmes tourbillonnaires cohérents.

En effet, les tourbillons interagissent de façon complexe, et éclatent parfois en de multiples fragments. Cependant, l'écoulement finit par s'organiser en quelques structures simples qui persistent dans le temps, tel l'anticyclone des Açores qui se déforme et se déplace, mais reste toujours plus ou moins dans la même région. Grâce à des simulations numériques menées au cours des 20 dernières années, on a pu reproduire l'apparition de tourbillons stables au sein d'un écoulement turbulent.

En 1949, le physicien américain Lars Onsager remarque que l'énergie cinétique du fluide est conservée dans un écoulement turbulent bidimensionnel. Il suggère alors que les tourbillons stables devraient être décrits comme des états d'équilibre statistique, en étendant la mécanique statistique de Boltzmann au fluide parfait. L'entreprise s'est longtemps heurtée à des difficultés théoriques. Le problème se résout quand on introduit deux niveaux de description du mouvement fluide. Le premier niveau, macroscopique, concerne le mouvement à grande échelle, c'est-à-dire vu de loin, et ignore les détails (il se situe à l'échelle du millier de kilomètres pour l'atmosphère terrestre) ; le niveau microscopique

décrit ce qui se passe à petite échelle (quelques dizaines de kilomètres), à l'échelle où s'épanouit le chaos turbulent. Suivant la démarche de Boltzmann, on définit une entropie, une grandeur qui quantifie le désordre, ici lié à la turbulence : l'entropie statistique d'un état macroscopique s'obtient en comptant le nombre d'états microscopiques possibles de l'état considéré. Elle est d'autant plus élevée que le nombre d'états microscopiques – et donc le désordre – est important. On cherche ensuite les états macroscopiques du système les plus probables, c'est-à-dire ceux qui rendent l'entropie maximale. Ces états de l'atmosphère correspondent aux structures tourbillonnaires cohérentes.

Décrivons plus précisément le scénario de formation des structures cohérentes. Dans l'état initial, la vorticité varie de façon régulière d'un point du fluide à son voisin : des toupies proches tournent à des vitesses similaires. L'écoulement turbulent crée un mouvement complexe à petite échelle. À mesure que la turbulence se développe, les toupies de différentes vitesses de rotation se mélangent. La vorticité oscille alors de façon chaotique, quand on passe d'un point à un autre, voisin : une toupie