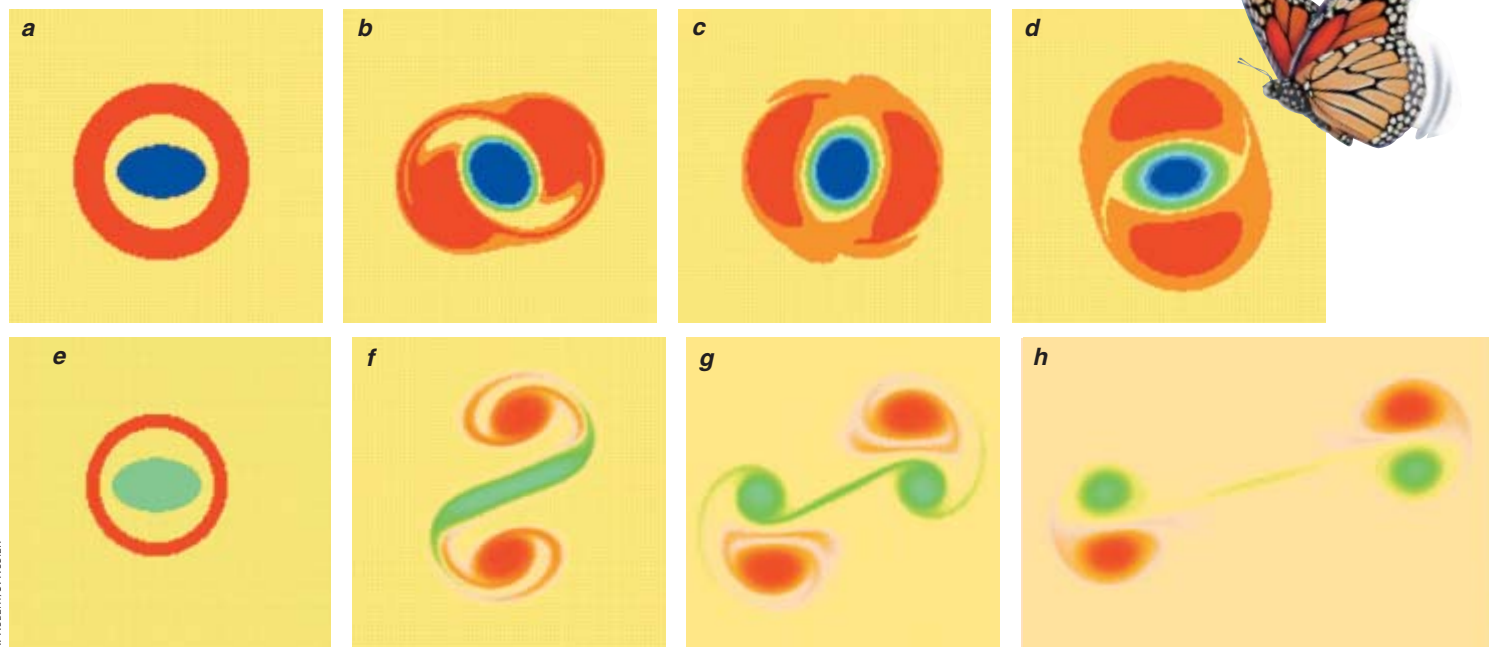




6. AVEC UN GRAND NOMBRE DE VARIABLES (de l'ordre de 100 000), la simulation de l'évolution de l'atmosphère diffère de celle que prévoit le modèle de Lorenz : l'atmosphère s'organise, car des effets statistiques interviennent. Au début, la couronne se déforme et s'enroule de manière complexe autour de l'ellipse (b) ; progressivement, un système formé de trois tourbillons se constitue (c), puis se stabilise en une structure formée d'un tourbillon central entouré de deux tourbillons accolés tournant en sens inverse, le tout étant animé d'un mouvement de rotation uniforme (d). On n'aboutit donc plus à un système chaotique,

mais à une structure cohérente stable. En changeant l'état initial (*couronne plus mince*) (e), on observe une organisation différente : le tourbillon central s'étire (f), puis le système se scinde en deux dipôles qui s'éloignent l'un de l'autre à vitesse constante (g, h). Dans les deux cas, une légère perturbation de l'état initial (non représentée ici) a un effet très faible, impossible à détecter à l'œil nu. : on n'observe pas de sensibilité par rapport aux conditions initiales et l'on peut prévoir l'évolution. Les simulations numériques présentées ici ont été effectuées par Carole Rosier de l'Université de Lyon 1.

Elles s'étendent sur plusieurs milliers de kilomètres dans l'atmosphère terrestre, où l'on peut en observer tous les jours. Ces grandes structures cycloniques ou anticycloniques sont en effet visibles grâce aux nuages et apparaissent souvent sur les images prises par satellite (voir la figure 4). Plus loin de nous, la grande tache rouge de Jupiter, gigantesque tourbillon d'environ 20 000 kilomètres de diamètre, formé dans une mince couche fluide à la surface de la planète, est un exemple spectaculaire d'une telle structure (voir la figure 7).

La formation systématique de telles structures cohérentes est une caractéristique des écoulements à deux dimensions. Elles apparaissent et persistent au sein d'écoulements très chaotiques, ce qui a longtemps intrigué les observateurs. Pourquoi ne sont-elles pas disloquées par la turbulence vigoureuse où elles baignent ?

Un tourbillon, dans une rivière par exemple, se caractérise localement par une vorticité élevée, c'est-à-dire que de nombreuses toupies tournant dans le même sens se regroupent dans une même région. Cette description d'un tourbillon élémentaire ne suffit pas à nous faire comprendre l'organisation des systèmes tourbillonnaires cohérents.

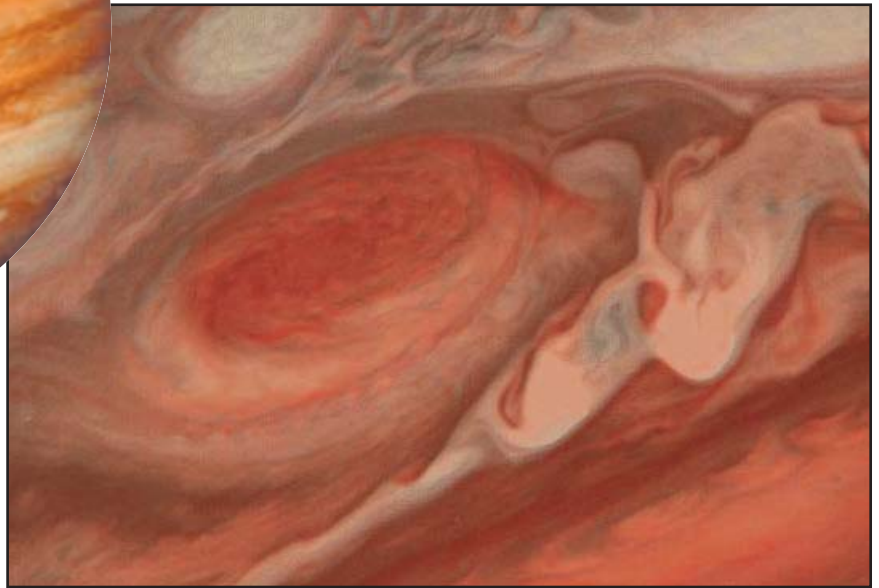
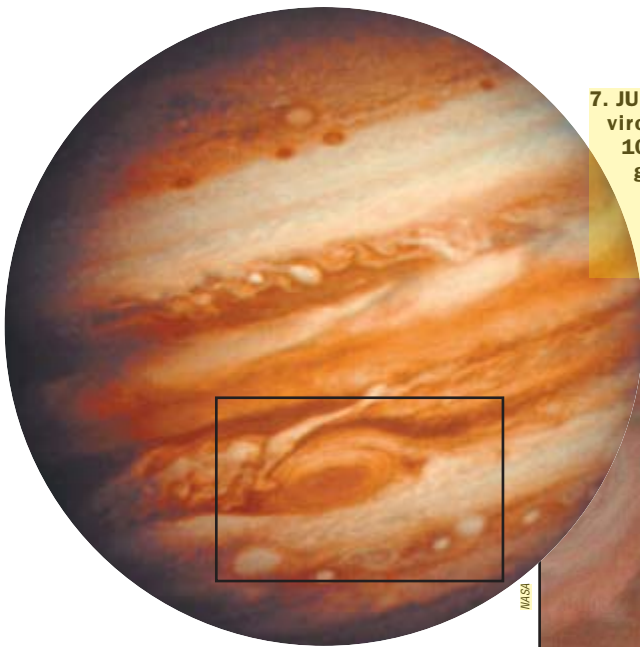
En effet, les tourbillons interagissent de façon complexe, et éclatent parfois en de multiples fragments. Cependant, l'écoulement finit par s'organiser en quelques structures simples qui persistent dans le temps, tel l'anticyclone des Açores qui se déforme et se déplace, mais reste toujours plus ou moins dans la même région. Grâce à des simulations numériques menées au cours des 20 dernières années, on a pu reproduire l'apparition de tourbillons stables au sein d'un écoulement turbulent.

En 1949, le physicien américain Lars Onsager remarque que l'énergie cinétique du fluide est conservée dans un écoulement turbulent bidimensionnel. Il suggère alors que les tourbillons stables devraient être décrits comme des états d'équilibre statistique, en étendant la mécanique statistique de Boltzmann au fluide parfait. L'entreprise s'est longtemps heurtée à des difficultés théoriques. Le problème se résout quand on introduit deux niveaux de description du mouvement fluide. Le premier niveau, macroscopique, concerne le mouvement à grande échelle, c'est-à-dire vu de loin, et ignore les détails (il se situe à l'échelle du millier de kilomètres pour l'atmosphère terrestre) ; le niveau microscopique

décrit ce qui se passe à petite échelle (quelques dizaines de kilomètres), à l'échelle où s'épanouit le chaos turbulent. Suivant la démarche de Boltzmann, on définit une entropie, une grandeur qui quantifie le désordre, ici lié à la turbulence : l'entropie statistique d'un état macroscopique s'obtient en comptant le nombre d'états microscopiques possibles de l'état considéré. Elle est d'autant plus élevée que le nombre d'états microscopiques – et donc le désordre – est important. On cherche ensuite les états macroscopiques du système les plus probables, c'est-à-dire ceux qui rendent l'entropie maximale. Ces états de l'atmosphère correspondent aux structures tourbillonnaires cohérentes.

Décrivons plus précisément le scénario de formation des structures cohérentes. Dans l'état initial, la vorticité varie de façon régulière d'un point du fluide à son voisin : des toupies proches tournent à des vitesses similaires. L'écoulement turbulent crée un mouvement complexe à petite échelle. À mesure que la turbulence se développe, les toupies de différentes vitesses de rotation se mélangent. La vorticité oscille alors de façon chaotique, quand on passe d'un point à un autre, voisin : une toupie

7. JUPITER EST UNE PLANÈTE GÉANTE GAZEUSE. Un gigantesque tourbillon d'environ 20 000 kilomètres de diamètre occupe une couche superficielle de 100 kilomètres d'épaisseur dans son atmosphère. Galilée déjà avait repéré cette grande tache rouge. La persistance de ce tourbillon dans une atmosphère turbulente animée de vents très violents (de l'ordre de 300 kilomètres par heure) est restée longtemps mystérieuse. Il s'agit d'une structure cohérente de la turbulence bidimensionnelle. Les ovales blancs sont des tourbillons de plus petite taille. (Photo prise par la sonde Voyager 1).



qui tourne lentement juxta une autre dont la rotation sur elle-même est très rapide. Il est impossible de prévoir les vorticités des points du fluide. Pourtant, ces oscillations incohérentes de la vortacité à petite échelle entraînent la formation des structures à grande échelle.

Le passage de la vortacité (une variable microscopique) au champ de vitesses de l'atmosphère (une variable macroscopique) est analogue à celui qui mène du mouvement des molécules gazeuses à la pression : le déplacement chaotique des molécules pousse ces dernières à remplir uniformément l'espace, et la pression provient des chocs contre les parois. On déduit sa valeur du nombre moyen de collisions contre les parois : elle prend une valeur bien déterminée, uniforme dans la pièce. De même, on déduit le champ de vitesses de l'écoulement de la moyenne statistique des vorticités. Le champ de vitesses ainsi calculé n'est pas uniforme, mais il fait apparaître des tourbillons organisés.

L'introduction de la mécanique statistique dans l'étude des écoulements à deux dimensions montre que le champ de vitesses (une variable macroscopique) est théoriquement prédictible. Cela contredit-il les calculs d'Arnold ? Non, car ses calculs montrent que les trajectoires (microscopiques) des particules fluides ont une instabilité exponentielle dans le temps, c'est-à-dire que les trajectoires divergent, éparpillant les tourbillons dont la vitesse de rotation est lente parmi celles qui tournent très vite. Ce phénomène provoque les oscillations chaotiques de la vortacité à petite échelle, qui engendrent, en fin de compte, un champ de vitesses prédictible au niveau macroscopique.

Prévisions à long terme

Nous avons validé cette approche théorique en effectuant des simulations numériques sur l'équation du fluide parfait à deux dimensions et en utilisant un très grand nombre de degrés de liberté. Autrement dit, nous refaisons les calculs de E. Lorenz, mais avec un grand nombre de degrés de liberté, au lieu de quelques dizaines.

Pour faire le calcul, nous choisissons une condition initiale, déterminée par la vortacité en tout point, puis nous laissons évoluer le système. Cet état initial particulier donne naissance à des structures organisées, après une phase de transition assez rapide. En faisant varier l'état initial, nous obtenons deux types d'état final : soit une structure cohérente tripolaire, c'est-à-dire trois tourbillons accolés animés d'un mouvement global de rotation uniforme (voir la figure 6d), soit quatre tourbillons formés de deux paires de tourbillons accolés, tournant en sens opposés, chaque paire se propageant en ligne droite à vitesse uniforme (voir la figure 6h). De telles structures sont observées dans l'atmosphère ou dans les océans.

Qu'en est-il de l'effet papillon ? Effectuons sur les simulations précédentes une petite perturbation des conditions initiales. Dans le premier cas, qui mène à la formation de trois

tourbillons, la perturbation n'a aucun effet sur la formation de la structure : on retrouve les trois mêmes tourbillons accolés. Quand on calcule l'évolution dans le temps de l'énergie de la perturbation, on constate qu'elle se stabilise rapidement et reste très faible par rapport à l'énergie totale du système. Dans le deuxième cas non plus, la perturbation n'entraîne aucun effet visible, et l'on retrouve les deux paires de tourbillons. En revanche, l'énergie de la perturbation augmente linéairement avec le temps. Il existe un troisième cas exceptionnel, critique, à la frontière des deux cas précédents, où le système «hésite» entre les deux états finaux. Dans ce cas, et dans ce cas seulement, les systèmes perturbés et non perturbés ont des comportements distincts. L'énergie de la perturbation évolue au début comme dans les deux premiers cas, puis entre brusquement dans une phase de croissance exponentielle. On constate donc que l'instabilité exponentielle apparaît seulement dans cette situation exceptionnelle dite de «transition de phase», où le système hésite entre deux chemins possibles.

Si nous refaisons ces mêmes calculs en diminuant seulement le nombre de degrés de liberté (toutes choses égales d'ailleurs), on constate qu'aucune structure cohérente ne se