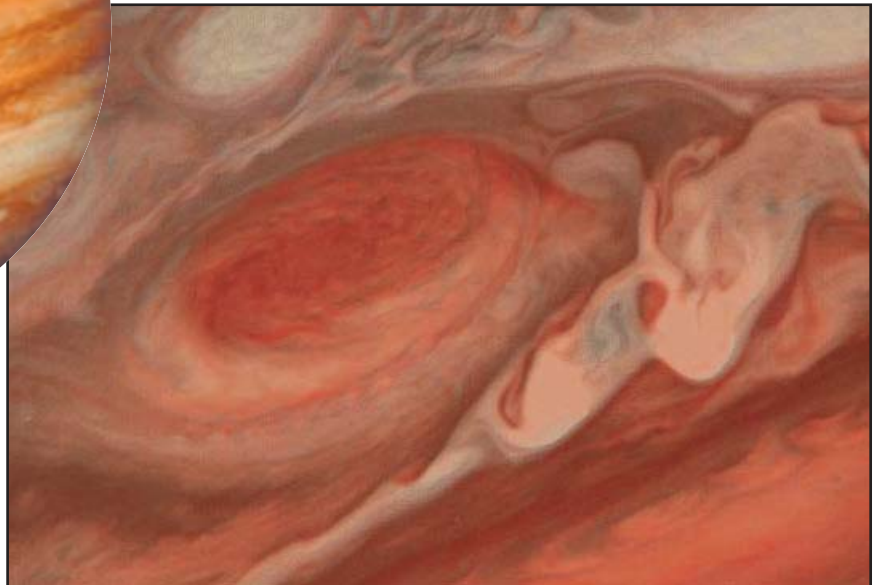
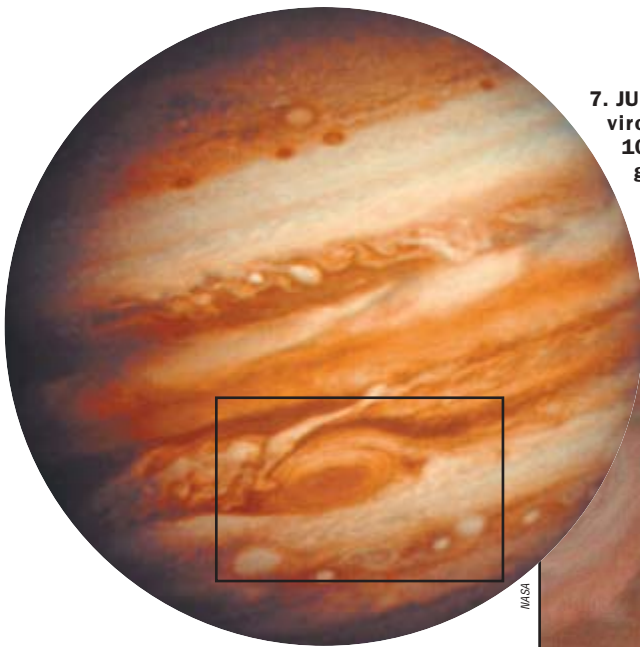


7. JUPITER EST UNE PLANÈTE GÉANTE GAZEUSE. Un gigantesque tourbillon d'environ 20 000 kilomètres de diamètre occupe une couche superficielle de 100 kilomètres d'épaisseur dans son atmosphère. Galilée déjà avait repéré cette grande tache rouge. La persistance de ce tourbillon dans une atmosphère turbulente animée de vents très violents (de l'ordre de 300 kilomètres par heure) est restée longtemps mystérieuse. Il s'agit d'une structure cohérente de la turbulence bidimensionnelle. Les ovales blancs sont des tourbillons de plus petite taille. (Photo prise par la sonde Voyager 1).



qui tourne lentement juxta une autre dont la rotation sur elle-même est très rapide. Il est impossible de prévoir les vorticités des points du fluide. Pourtant, ces oscillations incohérentes de la vortacité à petite échelle entraînent la formation des structures à grande échelle.

Le passage de la vortacité (une variable microscopique) au champ de vitesses de l'atmosphère (une variable macroscopique) est analogue à celui qui mène du mouvement des molécules gazeuses à la pression : le déplacement chaotique des molécules pousse ces dernières à remplir uniformément l'espace, et la pression provient des chocs contre les parois. On déduit sa valeur du nombre moyen de collisions contre les parois : elle prend une valeur bien déterminée, uniforme dans la pièce. De même, on déduit le champ de vitesses de l'écoulement de la moyenne statistique des vorticités. Le champ de vitesses ainsi calculé n'est pas uniforme, mais il fait apparaître des tourbillons organisés.

L'introduction de la mécanique statistique dans l'étude des écoulements à deux dimensions montre que le champ de vitesses (une variable macroscopique) est théoriquement prédictible. Cela contredit-il les calculs d'Arnold ? Non, car ses calculs montrent que les trajectoires (microscopiques) des particules fluides ont une instabilité exponentielle dans le temps, c'est-à-dire que les trajectoires divergent, éparpillant les toupies dont la vitesse de rotation est lente parmi celles qui tournent très vite. Ce phénomène provoque les oscillations chaotiques de la vortacité à petite échelle, qui engendrent, en fin de compte, un champ de vitesses prédictible au niveau macroscopique.

Prévisions à long terme

Nous avons validé cette approche théorique en effectuant des simulations numériques sur l'équation du fluide parfait à deux dimensions et en utilisant un très grand nombre de degrés de liberté. Autrement dit, nous refaisons les calculs de E. Lorenz, mais avec un grand nombre de degrés de liberté, au lieu de quelques dizaines.

Pour faire le calcul, nous choisissons une condition initiale, déterminée par la vortacité en tout point, puis nous laissons évoluer le système. Cet état initial particulier donne naissance à des structures organisées, après une phase de transition assez rapide. En faisant varier l'état initial, nous obtenons deux types d'état final : soit une structure cohérente tripolaire, c'est-à-dire trois tourbillons accolés animés d'un mouvement global de rotation uniforme (voir la figure 6d), soit quatre tourbillons formés de deux paires de tourbillons accolés, tournant en sens opposés, chaque paire se propageant en ligne droite à vitesse uniforme (voir la figure 6h). De telles structures sont observées dans l'atmosphère ou dans les océans.

Qu'en est-il de l'effet papillon ? Effectuons sur les simulations précédentes une petite perturbation des conditions initiales. Dans le premier cas, qui mène à la formation de trois

tourbillons, la perturbation n'a aucun effet sur la formation de la structure : on retrouve les trois mêmes tourbillons accolés. Quand on calcule l'évolution dans le temps de l'énergie de la perturbation, on constate qu'elle se stabilise rapidement et reste très faible par rapport à l'énergie totale du système. Dans le deuxième cas non plus, la perturbation n'entraîne aucun effet visible, et l'on retrouve les deux paires de tourbillons. En revanche, l'énergie de la perturbation augmente linéairement avec le temps. Il existe un troisième cas exceptionnel, critique, à la frontière des deux cas précédents, où le système «hésite» entre les deux états finaux. Dans ce cas, et dans ce cas seulement, les systèmes perturbés et non perturbés ont des comportements distincts. L'énergie de la perturbation évolue au début comme dans les deux premiers cas, puis entre brusquement dans une phase de croissance exponentielle. On constate donc que l'instabilité exponentielle apparaît seulement dans cette situation exceptionnelle dite de «transition de phase», où le système hésite entre deux chemins possibles.

Si nous refaisons ces mêmes calculs en diminuant seulement le nombre de degrés de liberté (toutes choses égales d'ailleurs), on constate qu'aucune structure cohérente ne se

forme, mais qu'un chaos turbulent apparaît qui gagne tout l'espace (voir la figure 5), cependant que l'énergie de la perturbation croît rapidement pour devenir comparable à l'énergie du système ; on retrouve alors bien les observations de E. Lorenz.

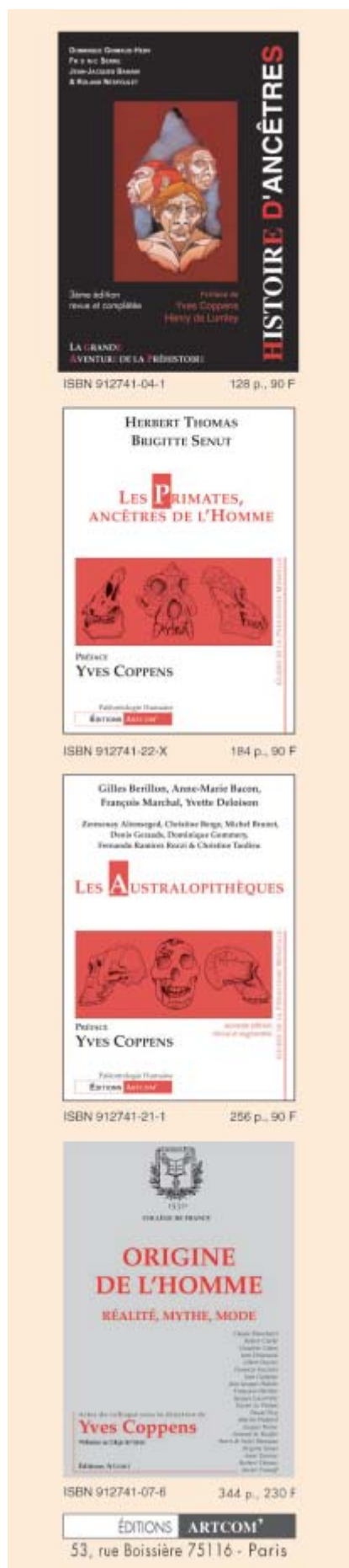
Ces simulations numériques montrent que le système évolue très différemment selon que l'on prend en compte un petit ou un grand nombre de degrés de liberté : bien que, à cause de la turbulence à petite échelle, les trajectoires des particules fluides soient chaotiques et imprévisibles, on peut prévoir le champ des vitesses du fluide, c'est-à-dire qu'il n'est pas exponentiellement sensible aux petites variations des conditions initiales (sauf situation exceptionnelle).

On pourra objecter que l'atmosphère terrestre est beaucoup plus complexe que le fluide parfait à deux dimensions que nous avons étudié ici. À cela, nous répondons, d'une part, que c'est en considérant ce même système que E. Lorenz aboutit à une conclusion opposée ; d'autre part, les modèles complexes, qui décrivent de manière plus réaliste l'écoulement atmosphérique, possèdent les mêmes propriétés que l'équation du fluide parfait bidimensionnel (le chaos à petite échelle, l'imprédictibilité des trajectoires des particules fluides et la formation de structures cohérentes).

L'étude de sensibilité aux conditions initiales présentée ici porte sur un mécanisme d'auto-organisation particulier, qui, bien qu'il ait été choisi pour son caractère instable, n'épuise pas à lui seul tous les comportements possibles des écoulements bidimensionnels. Il est cependant représentatif du type de phénomènes que l'on observe dans la circulation atmosphérique, formée de structures cohérentes qui se déplacent autour de la planète et interagissent, tels les anti-

cyclones ou les dépressions. D'autres simulations numériques font apparaître le même phénomène que nous avons mis en évidence : la croissance de l'énergie de la perturbation est le plus souvent linéaire, très rarement exponentielle, en accord avec les observations des météorologistes. En conséquence, le pronostic de prévision change : l'erreur de prévision ne double pas à chaque fois que le temps augmente d'une valeur donnée, comme le prévoit E. Lorentz, mais elle croît linéairement (elle double quand le temps double). Les prévisions à deux semaines, annoncées par E. Lorenz, ne constituent pas une limite fatidique. La prévision à long terme devient possible si l'on améliore la connaissance de l'état initial de l'atmosphère. On peut donc s'attendre à des progrès importants de la fiabilité des prévisions dans les années à venir, grâce à des ordinateurs plus puissants, à un maillage plus serré du réseau d'observations et à des modèles plus perfectionnés. Cependant, cet optimisme doit être tempéré ; comme on l'a vu, des difficultés demeurent à cause des situations critiques où le système peut basculer vers une structure ou vers une autre. Les prévisions locales, comme les orages, sont encore plus difficiles à établir, car elles doivent en plus prendre en compte les détails du relief.

L'effet papillon est invoqué à tout propos, même en économie ou en sociologie, quand on cherche à souligner l'incapacité de prédire les conséquences d'infimes perturbations. Retenons de ce qui précède que dans les systèmes complexes, qui possèdent un grand nombre de degrés de liberté, et où l'on se préoccupe de prédire des quantités «macroscopiques», qui sont des moyennes statistiques, l'instabilité exponentielle du système «microscopique» n'est pas synonyme d'imprédictibilité.



Raoult ROBERT est directeur de recherches (CNRS) à l'Institut Fourier à Grenoble.

L. ONSAGER, *Statistical Hydrodynamics*, Nuovo Cimento Supp., n° 6, p. 279, 1949.

E.N. LORENZ, *Deterministic non periodic flow*, in *Atmos. Sci.*, n° 20, pp. 130-141, 1963.

E.N. LORENZ, *A study of the predictability of a 28-variable atmospheric model*, *Tellus*, n° 17, pp. 321-333, 1965.

R. ROBERT, J. SOMMERIA, *Statistical equilibrium states for two-dimensional flows*,

J. Fluid Mech. n° 229, pp. 291-310, 1991.

V.I. ARNOLD, B.A. KHESIN., *Topological methods in hydrodynamics*, Springer Verlag, 1996.

J. HUNT, *Prévision déterministe et statistique de l'environnement et de la turbulence*, in *Turbulence et déterminisme*, sous la direction de M. Lesieur, Presses universitaires de Grenoble, 1998.

R. ROBERT, C. ROSIER, *Long range predictability of atmospheric flows*, *Non linear Processes in Geophysics*, n° 8, pp. 55-67, 2001.