

Les carrés perdus de Franklin

Des carrés magiques inconnus sont aujourd'hui encore extraits des œuvres du physicien américain.

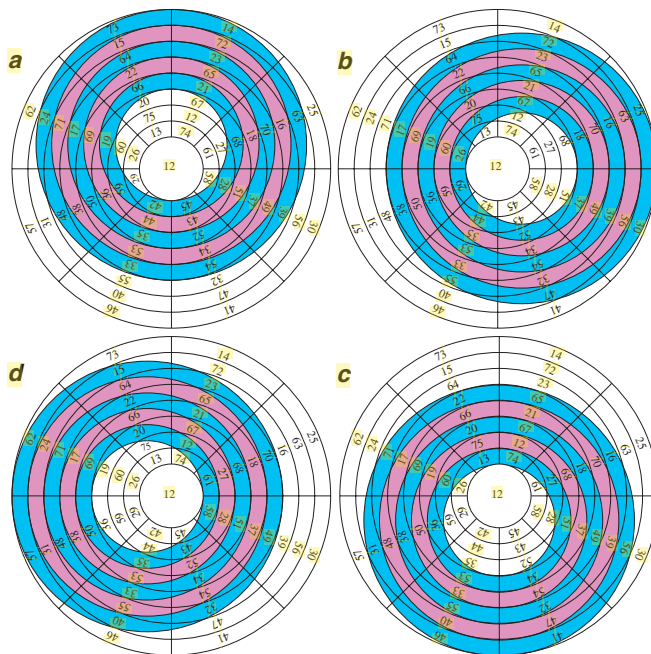
Benjamin Franklin (1706–1790) est célèbre pour être l'un des pères de l'indépendance des États-Unis et le père unique du paratonnerre. En revanche, son attrait pour les mathématiques semblait inexistant. Pourtant, l'étude des *Papiers de Benjamin Franklin* prouve le contraire : Paul Pasles, de l'Université de Villanova, en Pennsylvanie, a retrouvé, dans l'œuvre monumentale du physicien, qu'il s'intéressait aux carrés magiques et aux cercles magiques. Il en avait même construit certains dotés de propriétés rares, dont un qui est resté inédit jusqu'à ce jour.

Un carré magique est une matrice carrée à n colonnes et à n lignes. Les cases sont notées d'un entier naturel compris entre 1 et n^2 , sans répétition. Le carré est demi-magique lorsque seules les sommes des entiers de chaque ligne ou de chaque colonne sont égales à une constante, C , dite magique. Le carré est complètement magique quand les sommes des entiers sur les diagonales sont aussi égales à la constante magique. Un carré est dit magique à la façon de Franklin quand la somme des entiers sur les diagonales coudées est également égale à la constante magique. Une diagonale coudée va jusqu'au centre puis, au lieu de relier le sommet opposé au sommet initial, elle fait un angle de 90 degrés pour rejoindre le sommet adjacent au sommet initial.

L'un des carrés magiques redécouvert est un carré de huit cases de côté (voir la figure 1). Il est demi-magique : c'est là la moindre de ses propriétés ! La somme de chaque demi-rangee ou de chaque demi-colonne est égale à 130, soit la moitié de la constante magique. Ce carré se découpe ainsi en quatre carrés magiques ; la somme des nombres des 32 lignes que Franklin qualifie de «tordues», c'est-à-dire coudées, est aussi égale à la constante magique.

À partir d'un de ses carrés, Franklin a construit un cercle magique qui possède des propriétés remarquables (voir la figure 2) : les sommes de chacun de huit quartiers de chaque anneau, concentrique (en blanc sur la figure) ou décentré (en bleu et en rose sur la figure) sont constantes. De plus, une rotation de 90, de 180 ou de 270 degrés des anneaux colorés laisse intacte cette propriété.

Le carré magique de Franklin qui n'a jamais été publié est un carré de 16 cases de côté (voir la figure 3). La constante magique est ici de 2 056. Tout d'abord, il est magique à la fois entièrement et à la façon de Franklin, car la somme de chaque demi-diagonale (en bleu et en mauve sur la figure 3) est égale à la moitié de la constante magique. La somme de chaque demi-colonne et de chaque demi-ligne est aussi égale à la moitié de la constante magique. La somme



2. Dans ce cercle magique, les sommes de chacun des entiers des huit quartiers de chaque anneau concentrique (en blanc) ou décentré (en bleu et en rose) sont constantes, même si l'on fait tourner les anneaux colorés de 90 (b), de 180 (c) ou de 270 degrés (d).

des nombres de chaque carré de quatre cases (cerné de vert sur la figure 3) est égale au quart de la constante magique : ainsi, la somme des nombres de n'importe quel carré de 16 cases (cerné de rouge sur la figure 3) est égale à la constante magique. Dans ce carré, la somme de chaque ligne tordue de huit cases (sur la figure 3, deux sont en vert et deux en jaune) est égale à la moitié de la constante magique. Enfin, la somme des cases de plusieurs lignes tordues décalées (en rouge sur la figure 3) est aussi égale à 2 056.

Plusieurs mathématiciens ont proposé, sans en être assurés, des méthodes pour construire ce carré. Selon P. Pasles, Franklin aurait utilisé une méthode dérivée de celle de Lo Shu, où les entiers sont placés selon les déplacements d'un cavalier : sur le carré de la figure 3, chaque nombre est éloigné de son prédécesseur ou de son successeur de deux cases dans un sens et de une dans l'autre. De telles figures magiques contredisent le physicien diplomate, qui selon ses propres dires, n'y entendait rien en matière de mathématiques.

16	255	2	241	14	253	4	243	12	251	6	245	10	249	8	247
1	242	15	256	3	244	13	254	5	246	11	252	7	248	9	250
240	31	226	17	238	29	228	19	236	27	230	21	234	25	232	23
225	18	239	32	227	20	237	30	229	22	235	28	231	24	233	26
223	48	209	34	221	46	211	36	219	44	213	38	217	42	215	40
210	33	224	47	212	35	222	45	214	37	220	43	216	39	218	41
63	208	49	194	61	206	51	196	59	204	53	198	57	202	55	200
50	193	64	207	52	195	62	205	54	197	60	203	56	199	58	201
80	191	66	177	78	189	68	179	76	187	70	181	74	185	72	183
65	178	79	192	67	180	77	190	69	182	75	188	71	184	73	186
176	95	162	81	174	93	164	83	172	91	166	85	170	89	168	87
161	82	175	96	163	84	173	94	165	86	171	92	167	88	169	90
159	112	145	98	157	110	147	100	155	108	149	102	153	106	151	104
146	97	160	111	148	99	158	109	150	101	156	107	152	103	154	105
127	144	113	130	125	142	115	132	123	140	117	134	121	138	119	136
114	129	128	143	116	131	126	141	118	133	124	139	120	135	122	137

3. Ce carré magique de Benjamin Franklin a des propriétés remarquables, décrites dans le texte.

1. Dans ce carré magique, la constante magique est égale à 260. Chaque carré délimité en blanc est aussi un carré magique. La somme de toute ligne, de toute colonne, de tout rectangle de deux cases sur quatre (entouré de rouge), de toute diagonale ou ligne coudée (en jaune) est égale à 260.