

COMPLEXITÉ DE KOLMOGOROV ET VALEUR ESTHÉTIQUE

La complexité de Kolmogorov d'une oeuvre d'art est la taille du plus petit programme d'ordinateur qui permet de spécifier complètement cette oeuvre d'art.

La complexité de Kolmogorov peut servir à exprimer notre désir qu'une oeuvre ne soit pas trop simple : pour pouvoir prétendre être une oeuvre d'art un objet doit dépasser un seuil de complexité de Kolmogorov. Ce seuil est sans doute autour de 100 bits. Il ne faut cependant pas déduire de l'existence de ce seuil que plus la complexité de Kolmogorov est grande, plus un objet a des chances de paraître beau.



Les images 1 et 2 ont une complexité de Kolmogorov à peu de chose près égale. Pourtant, tout le monde s'accordera à trouver que l'image 1 est plus belle que l'image 2. La beauté n'est pas liée seulement à la complexité de Kolmogorov.

prix entre 1500 et 12000 dollars pour les monochromes de Reinhardt). Le mouvement minimaliste nous intéresse car il nous conduit à la question : un objet très simple, complètement décrit par quelques mots peut-il être considéré comme beau ? Là encore, la quasi totalité de l'humanité répond sans hésitation : non. Si la définition d'un objet se réduit à trois fois rien, si n'importe qui peut s'en faire facilement une copie, cet objet n'est ni beau ni laid. L'objet esthétique doit comporter un minimum de contenu informationnel : le vide, le rien, le néant n'ont pas de valeur artistique sauf chez les snobs, les escrocs et les fous.

LA COMPLEXITÉ DE KOLMOGOROV

Puisqu'un accord, à peu près unanime, concernant la simplicité des oeuvres d'art semble exister, la complexité de Kolmogorov qui donne un sens rigoureux au concept de simplicité pourrait être le premier élément mathématique pertinent pour la formulation de critères formels généraux concernant l'esthétique.

La complexité de Kolmogorov d'un objet est la taille du plus petit programme d'ordinateur qui spécifie complètement cet objet. Pour un dessin ou une peinture, c'est la taille du plus petit programme qui permet de reproduire l'image de l'oeuvre sans rien perdre de ce que nous en percevons. L'idée de Kolmogorov est simplement de rendre formelle l'intuition commune que «le simple est ce qui se dit en peu de mots» et «le complexe est ce qu'on ne réussit pas à comprimer quoi qu'on fasse».

Pourvu qu'on utilise un langage informatique assez puissant (un langage «universel»), la complexité de Kolmogorov ne dépend que très peu du langage choisi pour mesurer la taille des programmes. C'est d'ailleurs cette invariance qui rend la notion intéressante. La notion de langage universel va être importante pour la suite et mérite quelques précisions. À la suite de l'article fondateur de la théorie de la calculabilité publié en 1936 par le mathématicien britannique Alan Turing on a découvert que dès qu'un langage de programmation comporte un minimum d'opérations (boucle «pour», opérateur

«si... alors... sinon...», «go to», opérations arithmétiques +, -, ×, etc.) alors toute fonction programmable dans un langage informatique quel qu'il soit est programmable dans ce langage. Autrement dit, dès qu'une certaine puissance de programmation est atteinte, un langage informatique peut servir à programmer toute fonction qui peut l'être (les vitesses de calcul ne sont pas prises en considération, seuls les résultats comptent).

Les langages qui possèdent ce minimum de puissance sont dit universels et la grande majorité des langages utilisés en informatique aujourd'hui le sont. La taille du programme minimum permettant par exemple de décrire *La Joconde* différerait peu d'un langage de programmation universel à un autre et c'est cette taille, notée $K(\text{Joconde})$, qui constitue la complexité de Kolmogorov de la Joconde. En revanche, si un langage L n'est pas universel la taille du programme minimum qui dans ce langage décrit *La Joconde* sera bien plus grande que $K(\text{Joconde})$. Si L par exemple ne permet que de décrire une image qu'en la codant par un programme du type :

«image de taille 1000 x 1000 ; pixel 1 : couleur 216 ; pixel 2 : couleur 2111 ; ... ; pixel 100000 : couleur : 521», alors il est clair qu'aucune description courte de la Joconde ne sera possible. Un langage un peu plus riche qui permettrait de représenter une image par un codage du type : «image de taille 1000 x 1000 ; pixel de 1 à 23 : couleur 212 ; pixel de 24 à 32 : couleur 332, etc.» autoriserait une représentation plus courte des images, et surtout de celles qui comportent de grandes plages de couleur uniforme.

À côté de la complexité de Kolmogorov $K(ob)$ d'un objet ob , définie en faisant référence à la taille du plus petit programme décrivant ob (avec un langage universel), il est utile d'envisager la complexité de ob relativement à L , L étant un langage non universel, définie comme la taille du plus petit programme qui définit l'objet ob dans le langage L , et que nous noterons $Comp_L(ob)$.

On ne peut calculer la complexité de Kolmogorov $K(ob)$ avec exactitude que dans des cas très rares. Lorsque L est un langage simple, $Comp_L(ob)$ est plus facilement calculable.

Les algorithmes de compression de données, très utilisés en informatique aujourd'hui, sont souvent fondés sur des langages non universels : l'algorithme de compression recherche un codage de l'objet que l'on veut comprimer. Ce codage est une sorte de programme utilisé par l'algorithme de décompression. La taille de la version comprimée de l'objet ob est donc une mesure de