

$Comp_L(ob)$ pour un certain langage L non universel, et c'est donc aussi une approximation par excès de $K(ob)$. Sans le savoir, à chaque fois que nous comprimons des données, nous évaluons $Comp_L(ob)$ et majorons $K(ob)$.

KOLMOGOROV ET LA BEAUTÉ

Munis de ces concepts nous revenons à notre problème des rapports entre beauté et complexité.

Nous avons admis avec le sens commun qu'une condition nécessaire pour qu'un objet ait une valeur esthétique est qu'il possède un contenu informationnel minimum. En termes mathématiques, un objet ob ne peut prétendre être une œuvre d'art que si $K(ob)$ est supérieur à un certain seuil. Ce seuil peut être situé autour de 100 bits (après une transcription en langage binaire, la taille des programmes est mesurée par le nombre de chiffres binaires ou bits, pour *binary digit*). Certains amateurs seront enclins à plus de tolérance et accepteront peut-être que des objets de 50 bits puissent être considérés comme œuvres artistiques, d'autres plus intransigeants fixeront peut-être le seuil à 200 bits, voire à 1000 bits, mais il ne fait aucun doute qu'une toile monochrome (de l'ordre de 20 bits), une sculpture réduite à un parallélépipède (de 20 à 30 bits environ) ne passeront pas ce seuil en dessous duquel parler d'œuvre ou de beauté n'a pas de sens.

Trois remarques que nous allons détailler limitent l'intérêt de la complexité de Kolmogorov considérée seule pour produire des jugements esthétiques :

A) Un fort contenu en information (mesuré par $K(ob)$) n'est pas suffisant pour qu'un objet soit beau.

B) Un fort contenu en information n'est pas nécessaire (seul un contenu minimum l'est).

C) Deux objets ayant le même contenu en information peuvent avoir des valeurs esthétiques très différentes.

Avant de détailler les justifications des affirmations A et B et C, tirons-en les conséquences : la complexité de Kolmogorov, même si elle doit intervenir dans l'élaboration de critères esthétiques formels, ne sera jamais une « mesure de beauté » à elle seule. D'autres idées (mathématisables ou non), doivent être prises en compte.

Une image aléatoire (par exemple des points noirs ou blancs tirés au hasard avec une pièce de monnaie et composant une image 1000×1000) aura une grande complexité de Kolmogorov (environ 1 000 000 bits car les objets aléatoires sont ceux qui ont la plus grande complexité de Kolmogorov possible) alors que pour

tant sa valeur esthétique ne dépasse pas celle d'une toile toute blanche ou toute noire qui n'a pas de beauté. Cette remarque justifie l'affirmation A.

Certaines formes très pures et donc assez simples (celles par exemple utilisées par le mouvement *Art Nouveau*, dans les dessins géométriques des motifs décoratifs de l'art islamique, etc.) sont très belles. La beauté ne nécessite donc pas toujours une très grande complexité. C'est le point B.

Deux photographies l'une correctement cadrée l'autre non, ou deux dessins l'un très beau, l'autre obtenu en découpant le premier en cent morceaux carrés et en inversant l'ordre, ou deux images l'une représentant un beau visage souriant, l'autre un visage disproportionné et grimaçant auront dans chaque cas une complexité de Kolmogorov proche alors que leurs valeurs esthétiques seront nettement différentes. Ces exemples montrent sans équivoque le point C : la complexité de Kolmogorov n'est pas, à elle seule, une mesure de beauté.

LE SECRET DES FRACTALS

Pour le point B, nous aurions pu prendre en considération les images fractales, lesquelles méritent une analyse plus fine. Les images fractales sont le plus souvent considérées comme belles et complexes. Or leur complexité est une illusion car les images fractales sont le résultat de formules courtes et peuvent être définies en utilisant des programmes simples tenant en quelques lignes : leur complexité de Kolmogorov est souvent largement inférieure à 1 000 bits. Leur apparente complexité provient des calculs, longs si nous devons les mener à la main, qui transforment les définitions mathématiques courtes en images. Avec un langage ayant peu d'instructions (un langage non universel L), un objet fractal ne peut pas être défini brièvement, alors qu'avec un langage universel, il peut se définir brièvement : $Comp_L(ob)$ est bien plus grand que $K(ob)$.

La même remarque peut être faite pour nombre d'objets géométriques à l'apparence complexe, mais qui, au sens de la complexité de Kolmogorov, ne le sont pas : c'est le cas des motifs de l'art géométrique islamique, c'est le cas des peintures de Victor Vasarely et d'une manière générale de tous les objets bi ou tridimensionnel qui comportent beaucoup de symétries, de motifs répétés, des variations à partir d'une même forme, de régularités nombreuses dans les dessins ou les couleurs, toutes choses qui diminuent la complexité de Kolmogorov sans faire baisser $Comp_L(ob)$ lorsque L est un langage non universel trop simple.

$Comp_L(ob)$ mesure la complexité apparente, celle que ressent un spectateur qui ne comprend les choses que superficiellement (selon ce que L permet d'exprimer), alors que $K(ob)$ mesure la vraie complexité, faible pour les objets fortement structurés, très organisés ou soigneusement agencés ou régis par des lois de compositions cachées qu'un regard immédiat ne réussit pas à démêler.

De cela nous tirons une recette pour produire des objets procurant un plaisir esthétique important : il faut s'arranger pour que $K(ob)$ soit bien inférieur à $Comp_L(ob)$ mesurée avec un langage L non universel. Le langage L qu'il faut choisir pour une bonne efficacité de ce procédé doit être lié à notre système de perception ; c'est un langage simple comme ceux évoqués plus haut, ou un de ceux utilisés par les algorithmes de compression.

Le critère énoncé par Roland Yéléhada en 1995 est ainsi : plus l'écart entre $K(ob)$ et $Comp_L(ob)$ est grand, pourvu que $K(ob)$ ne soit pas trop petit, plus l'objet ob a des chances d'apparaître beau.

Il ne faut pas croire que tout est réglé par cette proposition, car, là encore, il est facile de trouver des exemples prouvant que ce critère n'est pas la clef ultime du beau : un tableau composé à partir d'un million de chiffres binaires de π , chacun donnant un point blanc ou noir présente un aspect gris uniforme et satisfait le critère de Yéléhada (le programme de calcul de π est simple). Pourtant un tel tableau a la même valeur esthétique nulle qu'un tableau obtenu à partir d'un million de points aléatoirement pris blancs ou noirs, tableau qui ne satisfait pas le critère de Yéléhada. Ce critère énonce une condition nécessaire, mais non suffisante.

BEAUTÉS DE BIRKHOFF ET DE BENNETT

Rapprochons ces considérations fondées sur la complexité de Kolmogorov de celles du physicien George Birkhoff qui, en 1933, sans se référer à la théorie du calcul (laquelle naissait tout juste à l'époque), mentionne l'idée de complexité pour formuler des critères formels de beauté. Birkhoff soutenait en effet qu'une mesure de la beauté d'un objet est donnée par le rapport : O/C où O désigne la quantité d'ordre et C la complexité. Les quantités C et O devant, pour chaque catégorie d'objets, être précisées de manière adéquate.

Cette théorie a été appliquée avec quelques succès dans certains cas particuliers (vases, ponts, musique, etc.), mais possède le défaut de devoir être adaptée à chaque fois en choisissant de manière assez artificielle les définitions de O et C . Les propositions tirées de la



Muse endormie de Brancusi (à gauche) : la complexité de l'œuvre n'est pas grande, mais la stylisation, qui fait ressortir la pureté du visage, en fait une œuvre d'art. La sculpture «monumentale» inspi-



rée de l'artiste suisse Max Bill (à droite) est d'une simplicité géométrique minimale, un tore coupé en deux. Max Bill a toujours été inspiré par la topologie des formes géométriques simplissimes.

théorie du calcul possèdent une portée plus générale et c'est pourquoi Misha Koshelev a proposé en 1999 de reprendre les idées de Birkhoff avec les outils d'aujourd'hui : c'est-à-dire une variante de la théorie de la complexité de Kolmogorov où le temps de calcul des programmes est pris en compte. Cette idée est en cours d'expérimentation et pourrait automatiser, dans certains cas, les choix à faire lors de la mise au point de formes pour des objets industriels.

Deux idées proposées par Charles Bennett en 1988, à l'occasion d'une recherche de définition formelle du concept d'organisation à partir de la théorie du calcul, semblent aussi pertinentes.

La notion de profondeur logique de Bennett est définie comme le temps de calcul du programme le plus court qui produit un objet *ob*. Cette mesure de la quantité d'organisation que contient un objet semble aussi mesurer la longueur du processus d'élaboration qui a conduit à l'objet *ob*. Bien souvent, les objets ayant un intérêt esthétique sont le résultat de longues maturations et de soigneuses élaborations (l'art au XX^e siècle s'est laissé aller à de nombreuses provocations sur ce thème). Des rapports intéressants sont sans doute à découvrir entre profondeur logique et valeur esthétique, l'une et l'autre variant souvent en parallèle.

La notion d'objet cryptique proposée par Bennett concerne aussi la théorie esthétique formelle : un objet cryptique est, par définition, un objet dont le calcul

à partir de la définition n'est pas très long, alors qu'il est très difficile d'en retrouver la définition à la vue de l'objet : le secret de fabrication d'un objet cryptique est difficile à découvrir. Les objets fractals sont de cette catégorie car, mises à part les fractales classiques représentées en totalité, il est impossible en pratique de retrouver à partir d'un dessin fractal ou d'une de ses parties (résultant d'un zoom), la formule qui a produit le dessin. Les idées tirées de la théorie du calcul ne manquent pas pour aller plus loin que ce qu'indique déjà la complexité de Kolmogorov.

Ces approches, que les esprits chagrins qualifieront naturellement de réductionnistes, n'en restent pas moins intéressantes sur un plan philosophique, et montrent que la théorie du calcul porte des fruits bien au-delà des domaines technologiques. De plus ces définitions introduisent dans les réflexions sur l'art des idées qu'on peut envisager de tester expérimentalement, ce que certains chercheurs ont commencé à faire.

Restons cependant lucide sur ce qu'on peut espérer capter de la nature du beau, car il semble exclu par avance qu'une théorie fondée uniquement sur des considérations mathématiques puisse couvrir tous les aspects de l'expérience esthétique humaine. En effet, les critères qui font qu'un visage, une allure, un personnage, un bâtiment, un paysage, etc. sont jugés beaux sont certainement liés à des données propres à notre espèce (le beau pour le crapaud,

c'est la crapaude). Comme ces critères varient aussi d'une époque à l'autre et d'une société à l'autre, il est clair qu'aucune formule mathématique ne les captera en totalité. L'approche mathématique ne peut réussir qu'à cerner le noyau mathématique de l'esthétique : ce noyau fait que certains dessins, certaines musiques, certains monuments sont universellement reconnus beaux indépendamment des époques et des lieux. La complexité de Kolmogorov, le critère de Yéléhada, la notions d'objet cryptique, les versions modernes du rapport de Birkhoff sont des pistes qu'il faut explorer plus avant en restant modeste dans les objectifs qui ne concernent que le noyau abstrait de l'esthétique.

Misha KOSHELEV, *Towards The Use of Aesthetics in Decision Making : Kolmogorov Complexity Formalizes Birkhoff's Idea.*, in Bulletin EATCS (European Association for Theoretical Computer Science), pp. 166-170, octobre 1998.

M. LI, P. M. B. VITANYI, *An Introduction to Kolmogorov Complexity and Its Applications*, Springer-Verlag, 1993.

Edward LUCIE-SMITH, *Les mouvements artistiques depuis 1945*, Éditions Thames & Hudson, Londres, Paris 1999.

Roland YÉLÉHADA, *Critères esthétiques et complexité mesurée par des langages non universels*, in Papanhoelle Journal, vol. 15, n° 9, pp. 15-30, juin 1995.