

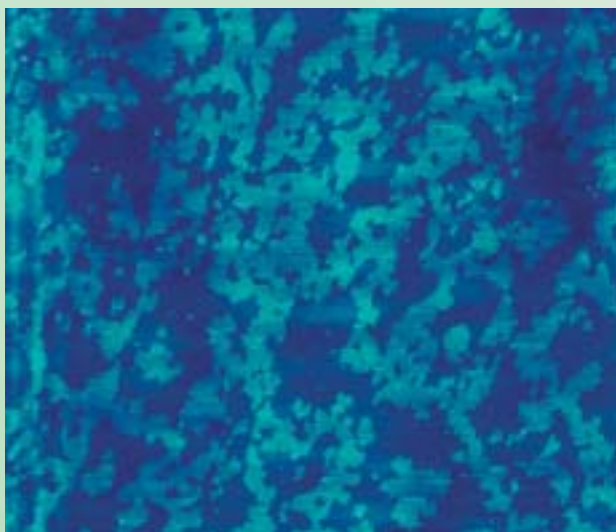
4. LES CHEMINS ALÉATOIRES DANS LES TRANSITIONS DE PHASE

Les pionniers des chemins auto-évitants ont été des physico-chimistes qui travaillaient sur les polymères. Les polymères sont des chaînes moléculaires constituées par la répétition d'un grand nombre de molécules identiques, nommées monomères. Quand le polymère est plongé dans un liquide au fort pouvoir de dissolution, il se déplie et est libre de ses mouvements. Soumis à l'agitation thermique, il adopte alors au cours du temps toutes les configurations possibles du chemin auto-évitant (contrairement aux voies de chemin de fer, le polymère n'est pas restreint à se déplacer sur un réseau, de sorte que le nombre de configurations permises est infini). En moyenne dans le temps, la distance bout à bout du polymère est calculée comme la moyenne des distances bout à bout de toutes les configurations possibles prises par le polymère. Dans les années 1940, P. Flory a estimé l'énergie d'un polymère dans chacune des configurations et conjecturé que la distance bout à bout moyenne d'un polymère comportant n monomères est n à la puissance $3/4$. Nous savons depuis les années 1970 que le raisonnement développé par P. Flory était physiquement faux, mais a abouti au bon résultat.

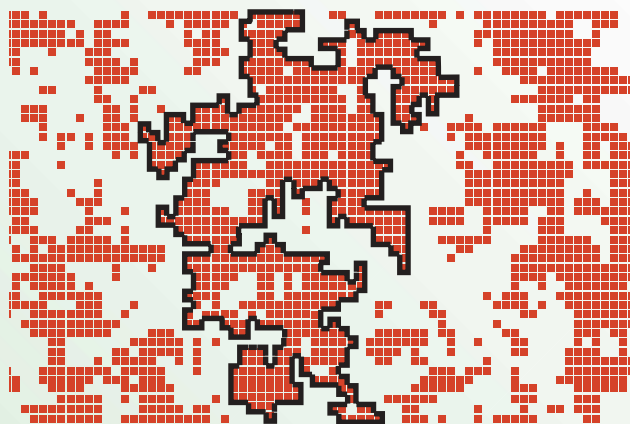
L'intérêt des chemins auto-évitants en physique ne se limite pas à la modélisation des polymères. Les chemins auto-évitants ont pris une importance capitale au cours des deux dernières décennies dans la théorie des transitions de phase. Une transition de phase est le passage d'un corps d'un état physique à un autre. Prenons, par exemple, la transition magnétique du fer qui, lorsque sa température est inférieure à 771°C , s'aimante spontanément. Au-dessus de cette température, dite de



«Curie» en hommage à Pierre Curie qui étudia les propriétés thermodynamiques des aimants, l'agitation ther-



TRANSITION DE PHASE dans une couche de phospholipides. Les phospholipides sont des molécules constituées d'une tête amphiphile et d'une ou de plusieurs queues hydrophobes. Des phospholipides DMPC sont ici déposés à la surface de l'eau et forment, dans certaines conditions de température et de densité, une couche où sont présentes deux phases fluides : l'une, bleu foncée, où les queues sont verticales et l'autre, bleu claire, où les queues sont libres de leur mouvement. Sur la photographie, on voit l'invariance d'échelle : des zones de toutes tailles coexistent.



SIMULATION D'UN MATÉRIAU FERROMAGNÉTIQUE à la température de Curie. Les carrés rouges représentent les spins qui pointent vers le haut et les blancs, ceux vers le bas. Le trait noir, qui dessine le contour d'un amas de spins de même sens, est un chemin aléatoire, auto-évitant à l'échelle du réseau, de dimension fractale $5/3$.

mique détruit l'aimantation. On retrouve l'apparition d'une aimantation spontanée dans de nombreux matériaux : on nomme ces matériaux des «ferromagnétiques». Dans un aimant, il existe des petits aimants élémentaires, de valeurs égales, mais de directions différentes. Au-dessus de la température de Curie, l'agitation thermique gagne devant l'interaction entre les aimants, qui les pousse à s'aligner ; à l'intérieur de l'échantillon, il y en a autant qui pointent vers la gauche, vers la droite, vers le haut et vers le bas, de sorte que l'aimantation totale est nulle par effet de moyenne. Au-dessous de la température de Curie, l'agitation thermique ne détruit pas complètement l'alignement souhaité par les aimants, et l'aimantation totale n'est pas nulle. À très basse température, toutes les directions sont alignées, et l'aimantation totale est maximale. À la température de Curie, il n'existe pas de taille type pour les zones où l'aimantation est uniforme. Au contraire, toutes les échelles entrent en jeu, de la taille atomique des aimantations élémentaires jusqu'à la dimension du barreau.

Ces résultats ressortent de l'étude de la fonction de corrélation entre spins, qui est une mesure de l'effet d'un spin sur un autre. Au-dessus de la température de Curie, les spins n'ont pas d'effet l'un sur l'autre : la fonction de corrélation entre spins est nulle. À très basse température, un spin qu'on amènerait à se retourner entraînerait tous les autres avec lui dans sa rotation : la corrélation est maximale. Plus les amas de même spin sont grands, plus les corrélations entre spins sont importantes. À deux dimensions, la frontière d'un amas de spins de même sens est un chemin aléatoire. Ce chemin est auto-évitant à l'échelle du réseau, mais peut perdre cette caractéristique quand le nombre de spins tend vers l'infini. On a montré que la fonction de corrélation entre spins est fonction des chemins aléatoires qui relient les spins. À la température de Curie, les amas sont de toutes les tailles et il faut sommer sur tous les chemins aléatoires possibles pour évaluer les corrélations. Dans le cas de la transition ferromagnétique, il est prédit que la dimension fractale de l'interface entre deux domaines magnétiques est $5/3$.

L. Kildemark, O. G. Mourtsen, Université Technique du Danemark, Lyngby