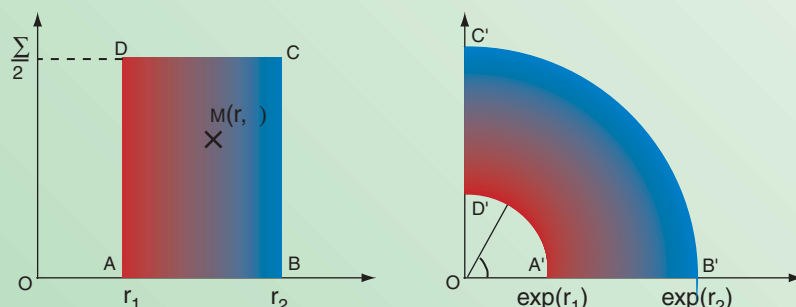


7. LES TRANSFORMATIONS CONFORMES

Une transformation d'une partie du plan dans une autre qui conserve les angles est nommée une transformation conforme. Des exemples simples sont la translation ou l'homothétie. En voici un autre. Prenons un rectangle délimité dans le plan par les points $A(r_1, 0)$, $B(r_2, 0)$, $C(r_2, \pi/2)$ et $D(r_1, \pi/2)$. À chaque point $M(r, \theta)$ de ce rectangle, associons un point M' situé à distance $\exp(r)$ de l'origine O du repère et tel que la droite (OM') fasse un angle θ avec l'axe des abscisses. L'image du rectangle est un quart de couronne comprise entre les cercles de rayon $\exp(r_1)$ et $\exp(r_2)$. Cette application est une transformation conforme : l'image d'une intersection orthogonale (celle entre les segments AB et AD) est une intersection orthogonale (l'arc de cercle $A'D'$ croise avec un angle droit le segment $A'B'$). D'après un théorème dit de Riemann, il existe toujours une transformation conforme qui relie deux domaines quelconques du plan.

On peut noter que l'exemple précédent s'interprète en termes de nombres complexes. En écrivant M sous la forme du nombre complexe z égal à $r + i\theta$, l'image de M , M' , est située au nombre complexe z' égal à l'exponentielle de z : $\exp(z)$. Ce lien entre les transformations conformes et les fonctions complexes rend d'une certaine façon les problèmes à deux dimensions plus féconds qu'en dimension supérieure (les exposants de non-intersection associés aux chemins auto-évitant dans l'espace ne sont pas *a priori* des nombres remarquables).

Les transformations conformes sont utiles pour déterminer les propriétés du mouvement brownien. Par exemple, on évalue la probabilités de non-intersection entre deux trajectoires browniennes en projetant par transformation conforme les zones non explorées par une des trajectoires sur un domaine à la géométrie plus simple grâce au théorème de Riemann.



EXEMPLE DE TRANSFORMATION CONFORME. L'image d'un point $M(r, \theta)$ est un point M' situé à la distance $\exp(r)$ de l'origine et pour lequel la droite (OM') fait un angle θ avec l'axe des abscisses.

variés que la théorie des transitions de phase, la gravité quantique ou encore la théorie conforme des champs. Bien que physiciens et mathématiciens traitent les mêmes problèmes, leur manière de les résoudre diffère. De nombreux résultats admis en physique théorique sont des problèmes ouverts en mathématiques. Cependant, l'interaction entre les idées et les résultats des mathé-

maticiens et des physiciens théoriciens a été extrêmement fructueuse pour les deux disciplines lors de ces dernières années, et c'est dans cet esprit que nous avons débouché avec B. Duplantier, O. Schramm et G. Lawler, à l'occasion d'un congrès en 2001 réunissant mathématiciens et physiciens, le cru mis en jeu par M. Aizenman pour la détermination des exposants d'intersection.

Wendelin WERNER est professeur à l'Université Paris-Sud et membre du Département de mathématiques d'Orsay. Nous remercions B. Duplantier pour l'aide amicale qu'il nous a apportée.

G. F. LAWLER, *Intersections of Random*

Walks, éditions Birkhauser-Boston, 1996.

N. MADRAS, G. SLADE, *The Self-Avoiding Walk*, éd. Birkhauser-Boston, 1996.

CARLO VANDERZANDE, *Lattice Models of Polymers*, Cambridge University Press, 1998.

L'autonomie (géologique) de la Corse

MAURICE MATTAUER

Le statut actuel du continent corso-sarde est le résultat d'une histoire mouvementée : l'origine de la Corse est espagnole, puis elle a été française et continentale et a subi des influences italiennes. Actuellement, elle se rapproche lentement du continent européen.

Au début du XX^e siècle, les tribunaux résonnaient des joutes de deux ténors du barreau, tous deux Corses, Vincent de Moro-Giafferi et César Campinchi. Quand l'un parlait, l'autre haussait les épaules ou laissait tomber une pile de livres, dans l'espoir de tromper l'attention des jurés ou du jury. En une seule instance, Vincent de Moro-Giafferi écouta sans mot dire et applaudit son confrère quand celui-ci commença sa plaidoirie par : « Cette Corse continentale, que l'on dénomme quelquefois la France... »

Campinchi avait pressenti les résultats récents obtenus par les géologues : il fut un temps où la Corse était une partie de la France et aussi de l'Espagne. Actuellement, les mesures montrent que la Corse se rapproche du continent.

La Corse n'a acquis une certaine autonomie que 15 à 20 millions d'années avant Napoléon, quand elle s'est détachée du continent européen lors de l'ouverture d'un petit océan situé entre la Provence et le golfe du Lion, au Nord, et le petit continent corso-sarde, au Sud-Est. Le fond de cet océan est constitué de basaltes, comme tous les océans, ces basaltes étant issus du manteau lors de la montée des laves basaltiques dans la zone d'écartement. Ces basaltes sont recouverts par quatre à cinq kilomètres de sédiments marins, avec des fonds marins de 2 000 à 3 000 mètres de profondeur. Tel est le dernier épisode notable du voyage de la Corse.

Le déplacement de la Corse espagnole

Pour comprendre la constitution (géologique) actuelle de la Corse, il faut remonter dans le temps. Il y a 300 millions d'années, l'océan Atlantique n'existait pas encore et l'on pouvait se rendre à pied sec de la France jusqu'en Amérique. On a pu reconstituer les positions relatives à l'époque de la France, de l'Ibérie, de l'Afrique et de l'Amérique.

À l'époque, l'Ibérie était séparée de la France par une grande faille et décalée de 400 kilomètres vers l'Ouest par rapport à sa position actuelle. Le bloc corso-sarde appartenait alors à la partie Est de l'Ibérie, et la Corse se trouvait au Sud de l'actuelle chaîne des Pyrénées (qui n'existait pas encore). Cette appartenance de la Corse à l'Europe explique que la partie Ouest de la Corse est constituée de vieux terrains granitiques d'âge primaire (hercyniens), de la même nature que le Massif central, les Maures et l'Esterel.

Le lent mouvement des plaques a fait coulisser l'Ibérie le long de la grande faille et la Corse s'est retrouvée plus à l'Est, avec la Sardaigne au Sud du golfe du Lion.

Ensuite, il y a environ 40 millions d'années, l'Ibérie, incluant la Corse et la Sardaigne après la dérive vers l'Est, s'est rapprochée de l'Europe en se déplaçant vers le Nord. La compression résultant de ce déplacement a fait surgir la chaîne des Pyrénées, dont les reliefs allaient de l'Atlantique à la Côte d'Azur

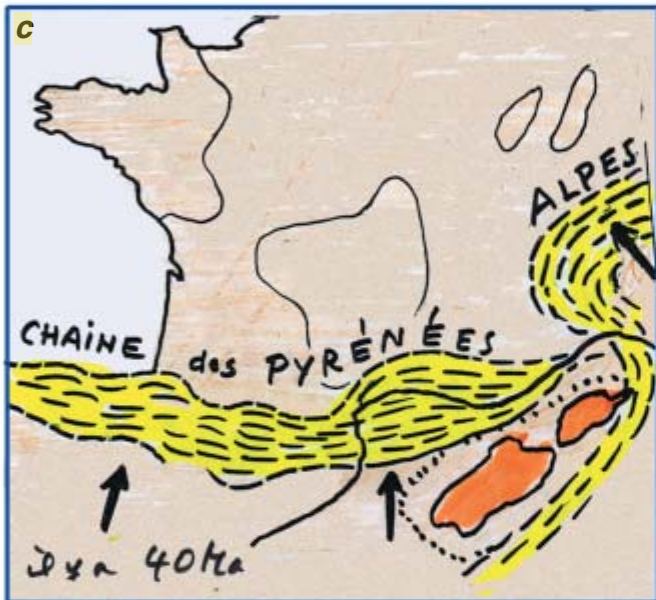
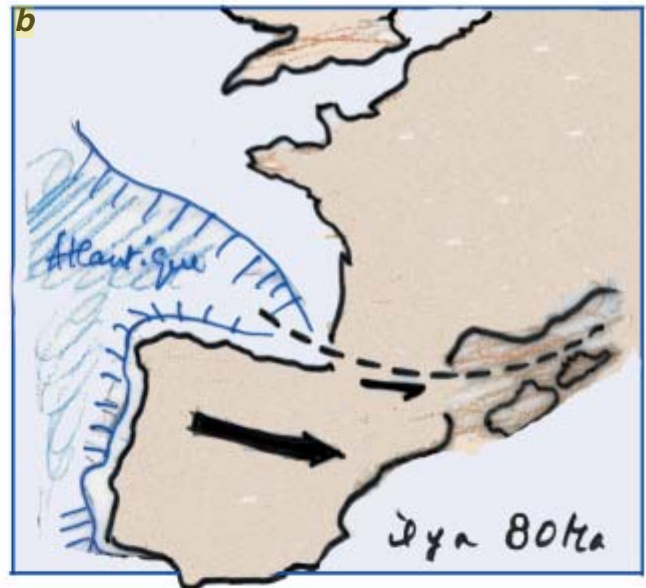
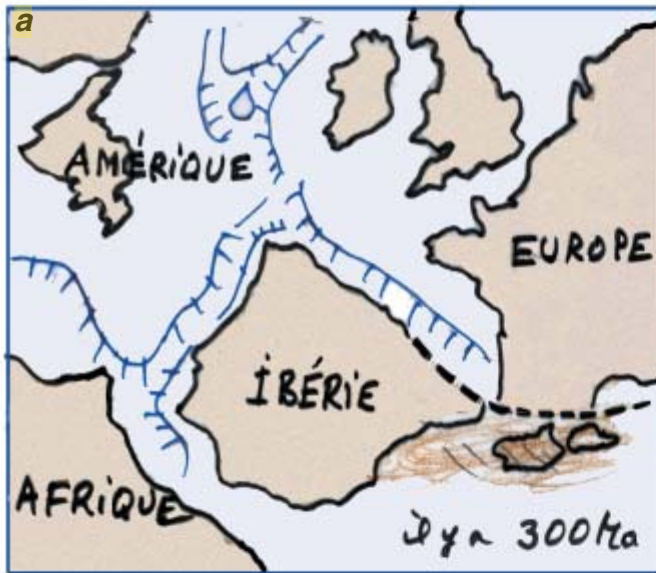
actuelle. Des montagnes se trouvaient alors dans le golfe du Lion.

Il y a 30 millions d'années, un très grand bouleversement a modifié le relief de l'Ouest de l'Europe et de la Méditerranée. En France, des fossés d'effondrement se sont ouverts, du fossé rhénan au Languedoc. Les failles d'extension qui se sont formées alors ont provoqué l'effondrement des reliefs antérieurs, et la mer a envahi les zones effondrées. Tout le Languedoc a été « étiré ». Des sédiments continentaux et parfois marins se sont empilés dans les bassins d'effondrement (jusqu'à 4 000 mètres en Camargue). Lors de cette extension, la chaîne des Pyrénées s'est effondrée à l'emplacement actuel du golfe du Lion. Cette extension a continué doucement pendant une dizaine de millions d'années.

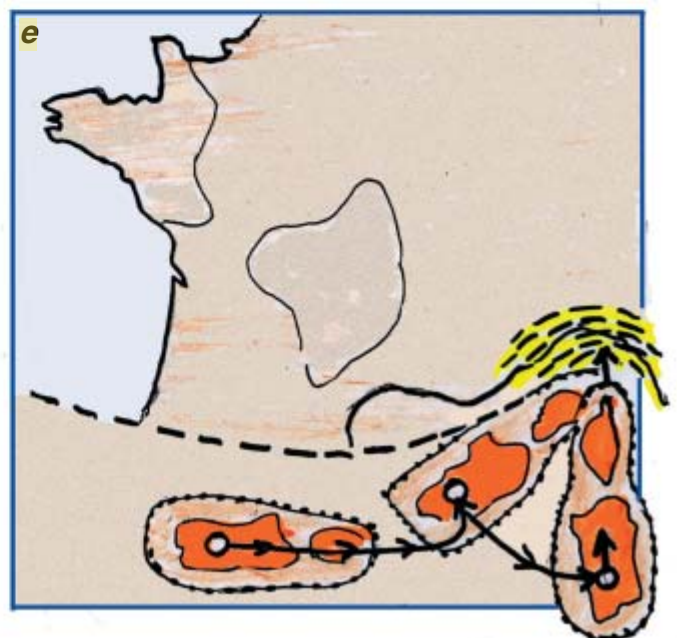
L'individualisation de la Corse

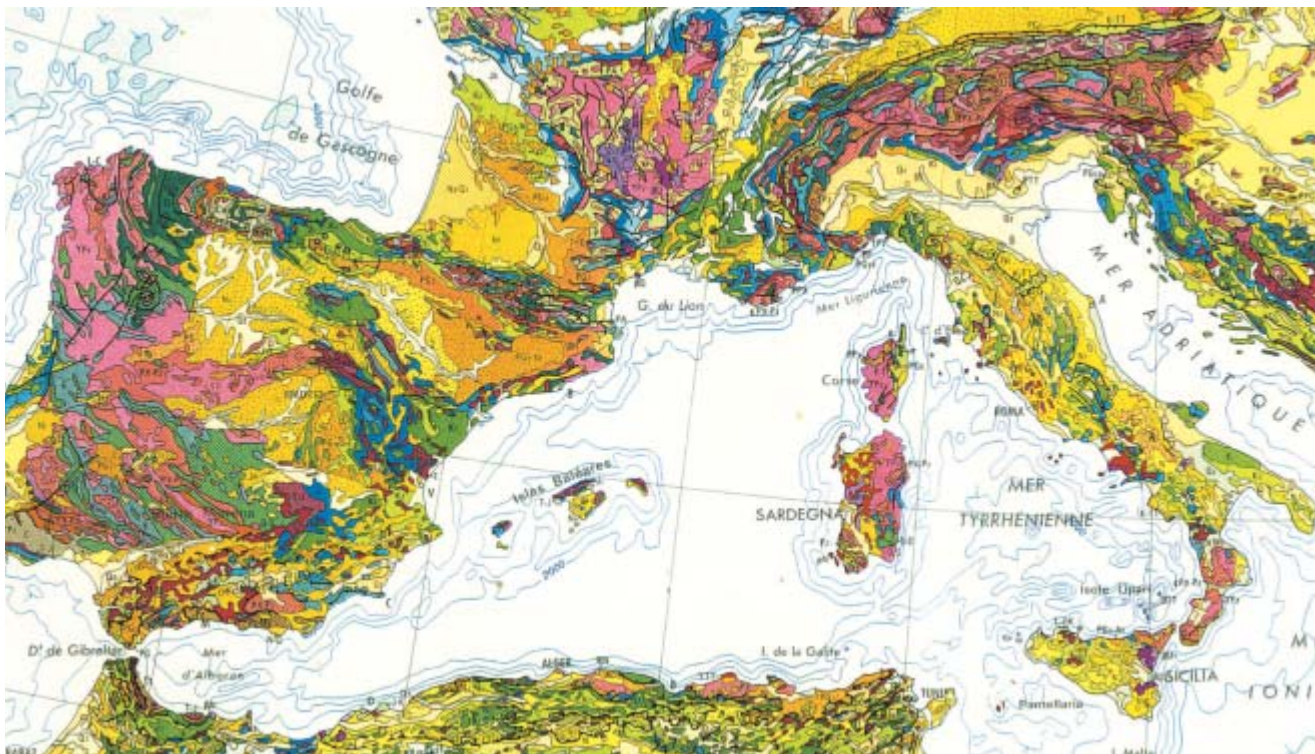
Il y a 20 millions d'années, l'éirement s'est brusquement accéléré et a provoqué l'ouverture du petit océan méditerranéen, avec la rotation du continent corso-sarde, enfin indépendant, jusqu'à sa position actuelle.

Il y a 5,6 millions d'années, la Corse a assisté à un événement extraordinaire : du haut de ses montagnes, elle a vu le niveau de la Méditerranée baisser de 500 mètres... puis de 1 000 mètres et, probablement de 1 500 mètres. Entre la côte provençale et la Corse, on a vu apparaître une



1. EN RECONSTITUANT (a) la position des grands continents (Europe, Afrique, Amérique) immédiatement après la formation de la chaîne hercynienne, il y a 300 millions d'années, on constate que l'Ibérie (dont ce que l'on dénomme actuellement la Corse faisait partie) est décalée d'environ 400 kilomètres par rapport à sa position actuelle. (b) Situation il y a 80 millions d'années : l'Ibérie s'est déplacée vers l'Est, le long de la faille nord-pyrénéenne, le long d'une faille de coulissage (ces deux reconstitutions sont d'après J. L. Olivet, IFREMER). (c) L'Ibérie se rapproche de la France suivant une direction Nord-Sud, ce qui provoque la formation de la chaîne des Pyrénées. Une petite partie de la Corse appartient à la chaîne alpine. (d) Allure générale des structures d'extension et des fossés d'effondrement qui ont affecté l'Ouest de l'Europe il y a environ 30 millions d'années. La partie Est de la chaîne des Pyrénées disparaît, effondrée dans le golfe du Lion. Entre 20 et 15 millions d'années, le bloc corso-sarde subit une rotation de 30 degrés (flèches), ce qui ouvre un petit océan. (e) Le voyage de la Corse a été un long périple. Elle a suivi le périple de l'Ibérie, s'en est détachée et, aujourd'hui, poussée par la plaque africaine, elle se rapproche actuellement du continent ; dans 15 à 20 millions d'années, elle se trouvera accolée au continent européen en créant une chaîne de montagnes et elle aura alors perdu sa légendaire autonomie. La géologie aura réglé les problèmes politiques.





2. CETTE CARTE GÉOLOGIQUE permet de repérer les régions où apparaissent les roches de la vieille chaîne hercynienne. Le rose clair correspond à des granites et à des roches métamorphiques. C'est le cas en Corse, au Portugal et dans le Massif central. Les

sédiments tranquilles d'âge secondaire (en bleu et vert) et tertiaire (en jaune et brun) recouvrent ce vieux socle. Dans la chaîne des Alpes et des Pyrénées, la compression a souvent fait remonter ce vieux substratum.

immense dépression où il ne subsistait qu'un fond de mer très saumâtre...

Ses bordures correspondaient à des reliefs abrupts, où les rivières dévalaient les pentes en creusant des vallées encaissées. Cet événement résulte de soulèvements qui se sont produits entre le Maroc et la plaque ibérique, et qui ont coupé toute communication entre l'Atlantique et la Méditerranée. En conséquence, le niveau de la Méditerranée a baissé des valeurs indiquées précédemment, par évaporation.

Cet épisode ne dura pas plus de 300 000 ans. En effet, grâce au fonctionnement de failles dans la région de Gibraltar, la communication fut rétablie avec l'Atlantique. Les eaux de l'Atlantique réinvestirent la dépression associée à la Méditerranée, en noyant toutes les vallées profondes qui s'étaient creusées sur les bordures.

C'est au cours de cette période que la Corse a été la plus indépendante. C'était alors une gigantesque citadelle aux portes de l'Europe, bordée par des reliefs abrupts, avec des dénivellés atteignant 4 000 mètres au voisinage du mont Cinto.

L'insularisme de l'île corso-sarde a eu des effets sur son peuplement animal récent. Comme dans d'autres îles méditerranéennes, l'isolement a été à

l'origine de nanisme et de gigantisme (les éléphants nains de Crète et les rats géants de Gargano, en Italie du Sud). En Sardaigne, on a signalé un cerf nain et même des fragments d'homme préhistorique anormalement grand, mais qui semble culturellement peu évolué. En Corse, une espèce de lapin nain n'a pas disparu depuis longtemps.

L'insularisme de la Corse fut plusieurs fois rompu. On a retrouvé des fossiles d'origine africaine appartenant à des époques anciennes ; ils sont probablement arrivés grâce au contact qui a dû exister entre la Tunisie et le Sud de la Sardaigne. Des fossiles d'époques plus récentes correspondent à des formes européennes venues on ne sait comment.

Le futur de la Corse

L'état actuel de la Corse ne correspond qu'à un *statu quo* transitoire, comme chacun le sait. Dans quelques millions d'années, tout va encore changer, et les géologues peuvent faire quelques prévisions.

Comme la région de Nice et de Gènes est périodiquement ébranlée par des séismes correspondant à une compression Nord-Sud, il faut admettre que la Corse se déplace actuellement vers le

Nord. Grâce au récent réseau GPS de Grasse et de Corse, les géologues préciseront la vitesse de déplacement : il faudra attendre plusieurs années car le déplacement est probablement faible, peut être deux à trois millimètres par an.

Si cette vitesse se maintient, le Cap corse aura avancé de 60 kilomètres en 20 millions d'années. Il y a tout lieu de penser que la mer Ligure et le golfe de Gènes se seront alors peu à peu transformés en une petite chaîne de montagnes.

Ainsi, la Corse qui a quitté assez rapidement le continent il y a 20 millions d'années en ouvrant un océan devrait revenir doucement pour se reincorporer à la vieille Europe, si la convergence actuelle Afrique-Europe se maintient à la vitesse actuelle, ce qui n'est qu'une supposition. L'avenir est plus difficile à prédire que le passé.

Toutefois, dans cette hypothèse, pendant cette période, tout aura beaucoup changé aux alentours. La Méditerranée se sera une nouvelle fois asséchée et tous les sédiments déposés en Méditerranée finiront par être comprimés, plissés, et livrés à l'érosion dans l'amorce d'une nouvelle chaîne de montagnes.

Maurice MATTAUER est professeur *emeritus* de géologie à l'Université de Montpellier.