

512 lignes sont pentamagiques, donc jusqu'à la puissance 5. Alors, pourquoi s'arrêter en si bon chemin? Les carrés pentamagiques ne doivent pas être loin.

Bingo! La méthode, appliquée aux carrés de taille 1024×1024 permet de trouver des carrés pentamagiques! Les coins du carré pentamagique découvert sont indiqués sur la figure 5. La méthode employée est indiquée ci-contre.

VÉRIFICATIONS

J'entends déjà l'objection : ces carrés sont-ils vraiment tétra et pentamagique? Étant donnée la taille du carré, personne ne peut manuellement vérifier la véracité de l'affirmation. Cela ne peut se faire que par informatique. Et qui dit informatique, dit... bug possible! D'où le doute insidieux.

Les différentes vérifications ont été faites par des personnes indépendantes (par Christian Boyer, Enghien les Bains, UBasic / Yves Gallot, Toulouse, C et librairie Integer de Proth / Renaud Lifchitz, Paris, Mathematica / Olivier Ramare, Lille, MuPAD) dans des lieux différents et avec des outils distincts : ces carrés sont bel et bien tétra et pentamagiques!

Si vous voulez le vérifier vous-même, ils sont à votre disposition à l'adresse Internet <http://www.pourlascience.com>, mais attention, sous forme ASCII zippée, les fichiers font quand même 0,8 et 3,8 méga-octets! Et attention à votre programme de vérification! Il doit savoir calculer en multiprécision, S_5 , la somme magique du carré pentamagique, (voir la figure 5) étant de l'ordre de 2×10^{32} .

Et si vous, lecteur, étiez le prochain détenteur du record de multimagie? Peut-être saurez-vous trouver des carrés tétramagiques et pentamagiques plus petits, de côté inférieur respectivement à 512 et 1 024? Je suis persuadé que de tels carrés existent.

Je formule l'hypothèse que cette méthode continue à fonctionner, et doit permettre de trouver relativement facilement des carrés hexamagiques, heptamagiques, octomagiques, etc. jusqu'à un niveau quelconque de multimagie, en augmentant suffisamment la taille de carrés, et bien sûr à condition d'utiliser de bons moyens informatiques. Peut-être vérifieriez-vous cette hypothèse?

LE MYSTÈRE DU CARRÉ BIMAGIQUE 7X7

À côté de ces monstrueux carrés multimagiques, il est plaisant de s'arrêter sur le problème opposé, celui du plus petit carré multimagique possible. Il est facile de démontrer qu'aucun carré bimagique de côté inférieur ou égal à 5 ne peut exister. Il est plus difficile, mais faisable,

6. LA MÉTHODE UTILISÉE

Voici le secret utilisé pour obtenir ces carrés tétra et pentamagiques. Cette méthode est initialement due à André Viricel qui a aujourd'hui 88 ans, et qui garde toujours un esprit aussi vif et acéré que lorsqu'il était professeur de mathématiques en activité.

André Viricel a initialement conçu cette méthode pour construire des carrés trimagiques 32×32 . Ma contribution a donc été modeste : j'ai eu simplement l'idée de la tester sur des niveaux supérieurs de multimagie, et sur des carrés de taille plus grande, et de l'implémenter informatiquement.

Voici la méthode qui vous permettra de calculer vous-même vos propres carrés multimagiques :

Démarrer par le coin haut gauche, en choisissant deux nombres N_1 et N_2 , différents et non nuls. Calculer la ligne 0 et la colonne 0, à l'aide de la multiplication numérale "@", puis calculer les autres lignes et colonnes, à l'aide de l'addition numérale "&" des éléments de la ligne 0 et de la colonne 0 : ces deux opérations sont détaillées plus bas.

	Col 0	Col 1	Col 2	...	Col i	...
Li 0	$0 = (0,0)$	$N_1 = (a,b)$	$2 @ (a,b)$	...	$i @ (a,b)$	...
Li 1	$N_2 = (c,d)$	$(a,b) \& (c,d)$	$2 @ (a,b) \& (c,d)$	...	$i @ (a,b) \& (c,d)$	...
...	...	...	...	...	...	...
Li j	$j @ (c,d)$	$(a,b) \& j @ (c,d)$	$2 @ (a,b) \& j @ (c,d)$	...	$i @ (a,b) \& j @ (c,d)$	...
...	...	...	...	...	...	...

La notation (a,b) indique un nombre décomposé dans la base n (n étant le côté du carré), a étant le quotient et b le reste. Prenons maintenant l'exemple de notre carré tétramagique (figure 2b). Regardons son coin haut gauche :

0	139938
140551	1957

$N_1 = 139938 = 273 \times 512$ (taille du carré) + 162 Donc $(a,b) = (273,162)$

$N_2 = 140551 = 274 \times 512$ (taille du carré) + 263 Donc $(c,d) = (274,263)$

Nous ne connaissons pas actuellement les règles exactes qui permettent de savoir si un couple N_1 et N_2 va engendrer un carré multimagique. Mais vous trouverez des couples autres que 139938/140551 qui donnent des carrés tétramagiques 512×512 : les plus petits sont 535/1103, 535/1145, etc...

Addition numérale &

Ce que l'on appelle ici l'addition numérale «&» est bien connue des informaticiens : il s'agit du OU EXCLUSIF, $0 + 0 = 0$, $0 + 1 = 1$, $1 + 0 = 1$, $1 + 1 = 0$.

$139938 = 100010001010100010$ (en base 2)

$140551 = 100010010100000111$ (en base 2)

$139938 \& 140551 = 000000011110100101$ (en base 2) = 1957 (en base 10) : 1957 est bien le nombre du tableau, sous le nombre 139938

Multiplication numérale @

Calculons l'avant-dernière cellule de la ligne 0 de notre carré tétramagique.

Elle vaut donc $510 @ (273,162)$. Commençons par calculer $510 @ 273$. $510 = 11111110$ (en base 2) et $273 = 100010001$ (en base 2)

La multiplication numérale se calcule comme la multiplication classique que l'on apprend à l'école, sauf que l'addition finale effectuée n'est pas classique, mais numérale (donc « ou exclusif » binaire). Cela donne :

$$\begin{array}{r}
 11111110 \\
 @ 100010001 \\
 \hline
 111111110 \\
 \& 111111110 \dots \\
 \hline
 \& 111111110 \dots \\
 \hline
 = 111100001000011110
 \end{array}$$

Pour conclure la multiplication et afin que le résultat reste de la même taille que ses deux opérands (inférieurs à 512), on effectue une addition numérale supplémentaire des parties droite et gauche du résultat, soit donc : $000011110 \& 011110000 = 011101110$

Le résultat de $510 @ 273$ est donc 11101110 en base 2, soit 238 en base 10.

Si, par la même méthode, on calcule $510 @ 162$, on trouvera 349.

Le résultat de $510 @ (273,162)$ est donc $(238,349) = 238 \times 512 + 349 = 122205$.

Dans le coin haut droit de notre carré tétramagique, on retrouve bien ce nombre dans l'avant-dernière cellule de la ligne 0 (figure 2b) :

122205	262143
260186	121592