

rendus de l'Académie des sciences soviétique, en langue russe, qu'il a appris suffisamment pour déchiffrer les articles qui l'intéressent).

En octobre 1956, ses recherches sont assez avancées pour qu'il envisage de soutenir sa thèse l'année suivante. Il vient à Paris pour s'inscrire à la Faculté des sciences et demander à Laurent Schwartz de faire partie du jury. Ce dernier est membre du groupe Bourbaki ; il a reçu la médaille Fields en 1950 (l'équivalent du prix Nobel, absent en mathématiques) pour sa théorie des distributions. Les distributions sont un élargissement du concept de fonction de Dirac, important dans l'étude des équations aux dérivées partielles. L. Schwartz relève quelques erreurs mineures dans le travail du jeune mathématicien. La thèse n'est pas tout à fait prête, mais Audin fait part à son aîné de son désir de la terminer sans tarder, car il craint une détérioration des conditions politiques en Algérie, où les militaires poursuivent les opposants avec acharnement. À son retour à Alger, Audin se consacre à la rédaction de sa thèse, qu'il a presque finie lorsqu'il est arrêté. Le lendemain, Henri Alleg, qu'il avait rencontré au Parti communiste, est lui aussi arrêté et torturé. Dans son livre intitulé *La Question*, H. Alleg raconte avoir croisé son ami après le 11 juin : celui-ci portait déjà de nombreuses marques de torture. Après cette rencontre, la trace d'Audin disparaît, et l'affaire Audin commence.

À la rentrée 1957, De Possel propose à Laurent Schwartz de faire passer la thèse du disparu *in absentia*. La thèse est soutenue en décembre, dans une salle comble, en présence de nombreux journalistes. Elle relance le combat des universitaires contre les tortures en Algérie.

### LES RECHERCHES MATHÉMATIQUES EN 1957

L'œuvre mathématique d'Audin, naturellement émouvante, illustre les préoccupations des jeunes mathématiciens de l'époque. Poursuivie entre 1953 et 1957, elle est contenue dans quatre notes aux *Comptes-rendus* de l'Académie des sciences, qui jalonnent l'avancée de sa thèse, et du manuscrit de la thèse elle-même, intitulée *Sur les équations linéaires dans un espace vectoriel*.

Le style du manuscrit est proche de celui de Bourbaki, qui exerce à l'époque une grande influence sur les mathématiciens français. Audin est inspiré par Bourbaki à travers De Possel. Ce dernier étudiait toutes sortes de problèmes, qu'ils soient abstraits ou concrets, telles les oscillations dites de lacet des wagons de chemin de fer sur leurs rails. Cet éclectisme suggère que le professeur n'au-

L'HUMANITÉ



Pendant la guerre d'Algérie, la presse qui portaient à la connaissance du public les tortures et les disparitions était souvent saisie. L'*Humanité* du 7 mars 1961 est parue avec une page blanche, marquée en son centre du mot «censuré» (*en haut à droite*). L'article qui devait paraître portait sur «l'affaire des harkis»; il donnait la parole à deux Algériens, torturés dans une cave du 18<sup>e</sup> arrondissement de Paris, comme beaucoup d'autres (*en haut à gauche*). À l'époque, une commission de censure officielle décidait de ce qui pouvait être publié. Quand le journal était prêt au tirage, l'employé de la censure venait réclamer un double des épreuves originales. Si le journal était saisi, on imprimait une nouvelle édition en catastrophe, avec des «blancs». Le premier finissait au pilon. La pratique de la censure rejoint l'attitude des généraux et du pouvoir civil dans l'affaire Audin : ils ont accumulé les faux témoignages pour dissimuler l'assassinat du jeune mathématicien (*en bas*).



Joseph Audin



ments, appelés vecteurs, peuvent s'additionner entre eux et être multipliés par des «nombres» appelés scalaires : si  $\mathbf{v}$  et  $\mathbf{w}$  sont deux vecteurs,  $\mathbf{v} + \mathbf{w} = \mathbf{w} + \mathbf{v}$  est encore un vecteur, et si  $\alpha$  est un scalaire,  $\alpha\mathbf{v}$  est aussi un vecteur. L'un des exemples les plus simples d'espace vectoriel est l'ensemble des vecteurs du plan, qui s'additionnent selon la règle du parallélogramme et qui peuvent être multipliés par des nombres réels. On dit qu'il s'agit là d'un espace vectoriel «sur  $\mathbb{R}$ », les scalaires étant des nombres réels. On peut aussi construire des espaces vectoriels sur  $\mathbb{C}$  (les scalaires sont des nombres complexes) ou, plus généralement, sur d'autres ensembles possédant certaines structures abstraites, que l'on appelle des «corps».

Un espace vectoriel topologique est un espace vectoriel où l'on peut passer continûment d'un

vecteur à l'autre (la topologie se préoccupe de tout ce qui dépend de la notion de limite, de continuité et de voisinage). Plus précisément, c'est un espace vectoriel où l'application qui, à tout couple de vecteurs  $(\mathbf{v}, \mathbf{w})$ , fait correspondre le vecteur  $\mathbf{v} + \mathbf{w}$ , et l'application qui, à tout scalaire  $\alpha$  et tout vecteur  $\mathbf{v}$ , fait correspondre le vecteur  $\alpha\mathbf{v}$ , sont continues. La théorie des espaces vectoriels topologiques généralise la théorie des espaces vectoriels normés (espaces où, pour chaque vecteur, on peut définir une «norme», une longueur en quelque sorte), tels les espaces vectoriels euclidiens. Dans les espaces vectoriels topologiques, il n'y a pas nécessairement de notion de distance, mais il y a toujours une notion de continuité. Cette théorie est utile en analyse fonctionnelle, soit l'étude des espaces de dimensions infinies dont les éléments sont des fonctions.

Dès lors, on perçoit pourquoi Bourbaki et ses disciples se sont penchés sur ces espaces vectoriels topologiques, qui englobent les espaces plus classiques : les propriétés des équations linéaires que l'on y démontrent restent vraies dans des espaces plus petits, de sorte que l'on n'a pas besoin de recommencer la démonstration. Attaché à la concision et à la précision, Bourbaki voulait présenter les mathématiques de la façon la plus générale possible. Il voulait fournir à ses lecteurs des outils mathématiques «aussi robustes et aussi universels que possibles», selon les mots d'André Weil, un autre de ses fondateurs. Le «paquet abstrait» de l'œuvre de Bourbaki, à savoir les notions générales qu'il voulait inclure au début et qui seraient utiles pour l'ensemble des sujets abordés ensuite, a grossi de plus en plus à mesure que le travail avançait. Dans ce paquet, les mathématiques apparaissent comme un édifice doté d'une unité profonde, reposant notamment sur la théorie des ensembles, et hiérarchisé en terme de structures abstraites (algébriques, topologiques...).

L'un des fils conducteurs de la thèse d'Audin est l'étude des propriétés d'opérateurs linéaires dans les espaces vectoriels topologiques de dimensions infinies. Un opérateur linéaire, notons le  $A$ , est tel que  $A(\alpha\mathbf{v}_1 + \beta\mathbf{v}_2) = \alpha A(\mathbf{v}_1) + \beta A(\mathbf{v}_2)$ , quels que soient les vecteurs  $\mathbf{v}_1$  et  $\mathbf{v}_2$  et les nombres scalaires  $\alpha$  et  $\beta$ .

Parmi les sujets à la mode dans les années 1950 figure la généralisation de propriétés des opérateurs linéaires, bien connues dans les espaces de dimensions finies (où les vecteurs sont caractérisés par un nombre fini de composantes), aux espaces de dimensions infinies. En dimensions finies, de nombreuses propriétés topologiques des opérateurs linéaires se déduisent de leurs propriétés algébriques, ce qui, en général, est faux en dimensions infinies. Ainsi, quand on considère les solutions  $x$  et  $y$  d'un système de deux d'équations à deux inconnues, soit  $a_{11}x + a_{12}y = b_1$  et  $a_{21}x + a_{22}y = b_2$ , on montre facilement que  $x + \varepsilon$  et  $y + \varepsilon$  sont des solutions (voisines de  $x$  et  $y$ ) du système où  $a_{11}$  est remplacé par  $a_{11} + \varepsilon$ ,  $a_{12}$  par  $a_{12} + \varepsilon$ ..., puisque  $a_{11}\varepsilon + a_{12}\varepsilon$  et  $a_{21}\varepsilon + a_{22}\varepsilon$  sont négligeables. En revanche, en dimensions infinies, c'est-à-dire pour un système d'une infinité d'équations à une infinité de dimensions, on ne pourra plus négliger les sommes  $a_{ij}\varepsilon$ , car une somme infinie d'éléments infiniment petits n'est pas forcément infiniment petite. Audin voulait ainsi contribuer à franchir un pas de plus dans certaines démarches de généralisation entreprise par Bourbaki, en passant des espaces à dimensions finies à des espaces à dimensions infinies.

rait pas imposé un sujet à son étudiant et qu'Audin a lui-même choisi un thème «bourbachique». D'ailleurs, la bibliographie de la thèse d'Audin confirme son intérêt pour les volumes des *Éléments de mathématique* sur les espaces vectoriels topologiques, parus dans les années 1950.

## LES ESPACES VECTORIELS TOPOLOGIQUES

Quelles sont les caractéristiques de ces espaces et pourquoi Bourbaki, puis notre jeune mathématicien, les ont-ils étudiés ? La structure d'espace vectoriel est fondamentale en algèbre linéaire et en analyse, vastes domaines issus de l'étude des systèmes d'équation linéaires, aux très nombreuses applications. Un espace vectoriel est un ensemble dont les éléments

## PRIX MAURICE AUDIN

| J.-L. LIONS                                     | J.-P. KAHANE                      | A. NÉRON                                        | M. LAZARD                                      | M. BERGER                                         |
|-------------------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------------|------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| 1959                                            | 1960                              | 1961                                            | 1962                                           | 1963                                              |
| JURY<br>J. DELSARTRE<br>H. CARTAN<br>G. CHOQUET | JURY<br>S. MANDELBROJT<br>J. DENY | JURY<br>J. DIEUDONNÉ<br>H. DELANGE<br>P. SAMUEL | JURY<br>C. CHEVALLEY<br>J.-P. SERRE<br>R. THOM | JURY<br>A. LICHTNEROWITZ<br>J. DIXMIER<br>G. REEB |

Créé en 1959, le prix Audin a récompensé chaque année un jeune mathématicien pendant la guerre d'Algérie. Il a été décerné une dernière fois en 1964, à Paul-André Meyer et Pierre Cartier. Un prix Audin a également été décerné en Italie en 1961.