

DES MATHÉMATIQUES UNIVERSELLES

Il a également exploré plusieurs autres directions de recherche dans son entreprise généralisatrice. Il voulait démontrer, dans les espaces topologiques abstraits, des propriétés établies dans des espaces vectoriels particuliers (par exemple, des propriétés des opérateurs intégraux dans des espaces de fonctions intégrables).

Sa thèse contient aussi des notions fondamentales sur des propriétés spectrales de familles d'opérateurs linéaires. La théorie spectrale est une extension de l'étude du problème dit «des valeurs propres et des vecteurs propres» dans le cas des espaces vectoriels de dimensions infinies, tels que certains espaces de fonctions (par exemple, l'espace des fonctions $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ à valeurs complexes telles que l'intégrale du carré $|f|^2$ de leur module, donne un nombre fini ; ces fonctions jouent un rôle important, non seulement en mathématiques, mais aussi en physique et en chimie quantiques). Le problème des valeurs propres et des vecteurs propres est relatif aux applications linéaires opérant sur un espace vectoriel V . Si A désigne une application linéaire de cet espace, et s'il existe un vecteur non nul v et un nombre scalaire α tels que $A(v) = \alpha v$, v est dit vecteur propre et α est appelé valeur propre de A associé à v .

Examinons un exemple dans le plan : si P est la projection sur la droite OX parallèlement à OY , on peut voir que tout vecteur v parallèle à OX reste inchangé sous l'action de P ; autrement dit, on a $P(v) = v$; la valeur propre est 1, et comme vecteur propre associé on peut choisir n'importe quel vecteur dirigé selon OX . Mais si l'on considère un vecteur v parallèle à OY , on voit que $P(v) = 0 = 0.v$: la valeur propre est 0, et comme vecteur propre associé, on peut choisir n'importe quel vecteur de direction OY . Les nombres 0 et 1 sont les seules valeurs propres de cette projection P . L'ensemble des valeurs propres d'une application linéaire A s'appelle le spectre de A en dimensions finies et fait partie du spectre de A en dimensions infinies. L'intérêt d'étudier les vecteurs et les valeurs propres d'une application linéaire est de caractériser ses propriétés et de simplifier certains calculs.

Dans la dernière partie de sa thèse, Audin commence à explorer quelques directions de recherche qu'il pensait probablement approfondir par la suite. Il traite des équations linéaires par la méthode de Schmidt, qui consiste à décomposer des opérateurs linéaires à dimensions infinies en somme d'opé-

rateurs plus simples. Cette méthode, déjà utilisée dans le cadre hilbertien, soit dans les espaces vectoriels euclidiens à dimension infinie, commençait tout juste à être employée dans le cas d'espaces plus généraux, tels les espaces de Banach (des espaces où il n'y a pas de notion d'orthogonalité) et des espaces vectoriels topologiques. Audin entame l'étude des perturbations (des opérateurs que l'on introduit dans les équations linéaires et qui modifient légèrement ou qui «perturbent» les solutions) et leurs effets sur les propriétés topologiques de familles d'opérateurs linéaires. Il projetait sans doute aussi de démontrer certaines conjectures que le mathématicien polonais Stephan Banach, l'un des pères de l'analyse fonctionnelle, avait énoncé en 1932 dans sa *Théorie des opérateurs linéaires*, mentionné dans la bibliographie de sa thèse. Il semble avoir été influencé par les *Leçons d'analyse fonctionnelle*, des mathématiciens hongrois Francis Riesz et Bela Nagi. Dans sa thèse, il présente quelques applications à des espaces particuliers de fonctions de propriétés démontrées dans des espaces plus abstraits.

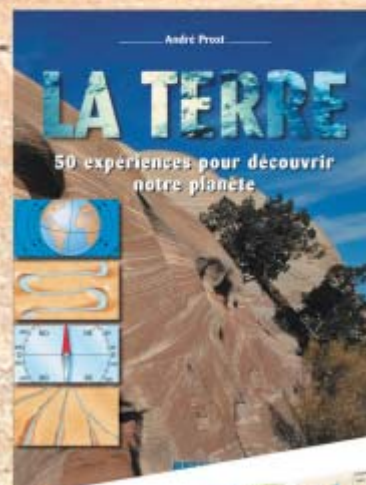
Au début de l'affaire Audin, comment la communauté mathématique a-t-elle réagi ? Une certaine presse, souvent clandestine et souvent saisie, contenait des informations sur la guerre d'Algérie et son cortège de tortures, de disparitions et de mensonges des militaires couverts par le gouvernement. De même, les articles de François Mauriac, à l'*Express*, de Pierre Henri Simon, au *Monde*, les livres de l'historien Pierre Vidal-Naquet, les témoignages de Henri Alleg, devenu journaliste à l'*Humanité*, et de militaires de carrière, tel le général Paris de la Bollardière, ou d'appelés portaient la situation à la connaissance du public. Cependant, la plupart des contemporains de Maurice Audin, les mathématiciens et les autres, ne voulaient pas savoir. La soutenance de la thèse d'Audin a eu un retentissement bien vite étouffé, mais pour maintenir son souvenir vivace, un prix Audin a été créé en 1959. Pendant la guerre d'Algérie, il a récompensé chaque année un jeune mathématicien.

Si l'on n'évoque pas périodiquement les événements douloureux du passé, la mémoire s'estompe. Pourquoi ne pas recréer un prix Audin qui distinguerait un jeune mathématicien de 25 ans, soit l'âge d'Audin lorsqu'il a disparu ?

Gérard TRONEL a fait sa carrière de mathématicien à l'Université Pierre et Marie Curie.

LA TERRE

50 expériences pour découvrir notre planète



Comment naissent les dunes ?
Comment une rivière creuse-t-elle une vallée ?
Comment se forment les grottes ?
Pourquoi les pierres éclatent-elles sous le froid ?
Ce livre propose une série d'expériences pour comprendre comment le vent, la pluie, la glace, les cours d'eau modelent le visage de la Terre.

ANDRÉ PROST est géologue, ancien enseignant à l'université d'Orléans et à Paris VI, et ingénieur au Bureau des Recherches Géologiques et Minières à Orléans.

Code 002401-100 F-128 pages

Voir bon de commande page 96

BELIN • POUR LA SCIENCE