



# Bachelier, précurseur...

**IVAR EKELAND**

**... et incompris. Sa «théorie de la spéculation» ne fut pleinement reconnue qu'après un siècle!**

L'université de Besançon va publier un livre consacré à un savant longtemps méconnu, Louis Bachelier. Celui-ci soutint, dans cette même université, le 29 mars 1900, une thèse intitulée «Théorie de la spéculation» qui est l'acte de naissance de la théorie financière moderne, et sans doute le premier exemple d'utilisation du mouvement brownien à la modélisation économique.

Nul ne sait pourquoi Bachelier choisit ce sujet peu académique, ni comment il connaissait les marchés financiers. Ses parents étant morts quand il avait 19 ans, il dut s'occuper de l'entreprise familiale, un négoce de vins au Havre, et ne put commencer ses études de mathématiques qu'à 22 ans. Pour sa thèse, il se propose d'étudier «La loi de probabilité des variations de cours qu'admet le marché à un instant donné». Plus précisément, il attaque deux problèmes : la probabilité qu'un cours donné de la Bourse soit atteint ou dépassé à une date donnée, et la probabilité qu'un cours donné soit atteint avant une date donnée. Est-il le problème plus important ? Dans le langage financier actuel, Bachelier cherche les probabilités d'exercice d'une option européenne et d'une option américaine.

La thèse de Bachelier est construite autour de trois idées : les cours sont cotés en continu, leur évolution est aléatoire, et la moyenne des gains est nulle (à condition que le taux d'intérêt soit nul, ce que nous supposons désormais). Imaginons par exemple que l'on relève les cours à intervalles réguliers de longueur  $h$ ,

$t=0, h, 2h, 3h, \dots$  et que chaque cours soit déduit du cours précédent en tirant à pile ou face : pour pile, le cours monte de la quantité  $c$ , pour face, il baisse de  $c$ .

Le processus ainsi obtenu satisfait toutes les hypothèses de Bachelier.

Mais les cours sont cotés en continu, et quand Bachelier écrit, on ne dispose pas de modèle mathématique cohérent pour

décrire des processus aléatoires en temps continu. En cette fin du XIX<sup>e</sup> siècle, le hasard ne se mesure qu'en des temps discrets, et ce sera l'œuvre du XX<sup>e</sup> siècle que de passer au continu. Longtemps avant tout le monde, Bachelier comprend l'intérêt du problème, pour les applications et pour les mathématiques elles-mêmes : «Si la spéculation n'existait pas, il faudrait l'imaginer», dit-il.

En passant à la limite, c'est-à-dire en imaginant ce qui se passe quand l'intervalle  $h$  entre deux relèvements devient de plus en plus petit, Bachelier montre que la variation de cours entre deux instants donnés  $t$  et  $T$  suit une loi de Gauss, dont la moyenne est nulle et la variance proportionnelle à la longueur de l'intervalle les séparant, soit  $(T - t)$ . Ce faisant, il retrouve une loi expérimentale découverte en 1863 par Jules Regnault, auteur d'un ouvrage intitulé *Calcul des chances et philosophie de la Bourse*, et il démontre une des propriétés fondamentales du mouvement brownien, trente ans avant que Wiener n'en fasse la théorie complète. Hélas, Bachelier prend quelques libertés avec la sacro-sainte rigueur mathématique, ce qui lui vaut l'opprobre des universitaires de l'époque qui ratiocinaient sur des erreurs minimales au lieu de voir la percée théorique.

Les contributions mathématiques de Bachelier ne s'arrêtent pas là, puisqu'il découvre également les liens très profonds du mouvement brownien avec les solutions d'une équation issue de la physique mathématique, régissant la diffusion de la chaleur. Toute sa vie, Bachelier resta fasciné par cette correspondance mystérieuse entre la théorie des processus aléatoires continus et la diffusion de la chaleur, et l'équation correspondante reste un outil fondamental de la finance : bel exemple de l'universalité des modèles mathématiques.

Malheureusement l'histoire de Bachelier est triste. Comme il n'était rien (ni agrégé, ni normalien, ni polytechnicien), qu'il avait tardé à faire ses études, et qu'il avait écrit des livres de vulgarisation, il n'obtint jamais aucune considération du milieu académique, et jusqu'à

55 ans il vécut en situation précaire, comme boursier de recherche ou enseignant non titulaire. Poincaré, qui faisait partie de son jury de thèse, avait compris ses idées et en avait relevé l'intérêt, mais il était à peu près le seul. Le grand spécialiste français du mouvement brownien, Paul Lévy, ne consentit à le lire que quand il découvrit que Kolmogorov le citait. Bachelier ne fut professeur qu'à 57 ans, et ce fut l'université de Besançon qui s'honora de l'accueillir. Il prit sa retraite en 1937 et mourut en 1946.

La revanche définitive devait encore attendre quelques années. En 1973, deux professeurs de finance américains, Fischer Black et Myron Scholes, construisaient une théorie qui utilisait le modèle de Bachelier, avec tous les acquis obtenus entretemps sur processus de diffusion, et qui allait avoir un immense succès. La formule qui porte leur nom, et qui est utilisée aujourd'hui en finance pour évaluer le prix de certains produits, est une conséquence directe de l'équation de la chaleur.

Aujourd'hui on relit la thèse de Bachelier pour s'émerveiller *a posteriori* de tout ce qu'il avait compris. Il s'était même donné la peine de confronter ses résultats avec les observations, ce qui fait de lui également un des précurseurs de l'économétrie : il déduit de sa théorie que «la valeur de la prime simple doit être proportionnelle à la racine carrée du temps», la prime simple étant ce que nous appelons aujourd'hui le prix d'une option à la monnaie, et le coefficient de proportionnalité, la volatilité du cours, puis il va chercher ce que vaut cette prime pour diverses échéances à la bourse de Paris, et il constate la validité de son modèle. On est surpris que les contemporains ne s'en soient pas étonnés, et la mention «honorable» qu'obtint la thèse de Bachelier reste choquante.

À cet ennui poli, mais profond, globalement exprimé par la communauté mathématique de l'époque, je préfère 100 fois l'enthousiasme de Regnault découvrant que les écarts de cours sont proportionnels à la racine carrée du temps : «Est-il exemple plus frappant d'un accord entre la théorie et l'expérience!»





Jean-Michel Thinet

# Médicaments et publicité

**PIERRE HAEHNEL**

**Parce que les médicaments ne sont pas des produits de consommation comme les autres, la publicité pour les médicaments à la télévision et dans la presse grand public aurait vraisemblablement des conséquences néfastes.**

Jusqu'à présent, la publicité diffusée à la télévision ou dans les magazines était réservée, le plus souvent, à des lessives, des automobiles ou des produits cosmétiques. Une proposition de loi a été déposée à Bruxelles visant à autoriser la publicité sur les médicaments, non seulement, comme c'est déjà le cas, pour ceux qui sont vendus sans ordonnance et ne sont pas remboursés par la Sécurité sociale, mais également pour ceux qui sont prescrits sur ordonnance et remboursés, c'est-à-dire ceux qui ont une action thérapeutique avérée. «Achetez notre antihypertenseur, il est tellement plus efficace que les autres, c'est celui qu'il vous faut!» Le projet prévoit de commencer par les médicaments qui luttent contre le SIDA, le diabète et l'asthme.

Jusqu'à présent, on considère qu'il n'est pas souhaitable d'inciter à la consommation des médicaments remboursés par la collectivité et que seuls des médecins peuvent les prescrire à bon escient. Si elle est validée, cette décision aura des conséquences notables sur les politiques de santé publique et sur les relations entre les malades et leur médecin traitant.

Le projet a été déposé à la demande des laboratoires pharmaceutiques qui ont vu leurs revenus rognés, notamment par les médicaments génériques (un médecin ou un pharmacien peut prescrire un médicament générique, c'est-à-dire qui n'est plus protégé par un brevet, s'il estime que ses effets seront identiques dans la pathologie traitée) et par les bas prix consentis aux pays en développement. Ils voient dans ces publicités un moyen d'augmenter leurs revenus pour financer la recherche (longue, coûteuse et risquée) de nouveaux produits.

Ils avancent que les malades sont aujourd'hui très bien informés des médicaments disponibles et des médicaments en cours d'essais cliniques, notamment par l'intermédiaire des sites d'information médicale, des sites d'associations de malades et des forums diffusés sur l'Internet. Qui plus est, les malades peuvent acheter direc-

tement auprès des «pharmacies électroniques» des médicaments en vente libre aux États-Unis qui ne sont pas disponibles en France. Selon les défenseurs de la proposition, une autorisation de publicité sur les médicaments n'augmenterait pas le risque d'automédication.

C'est pourtant bien là que le bât blesse. Un spot publicitaire réussi est fait pour émouvoir, surprendre, faire sourire, voire choquer. Bref, tout sauf informer. Ainsi, dans une publicité pour un médicament, un laboratoire pharmaceutique vanterait son produit, sans en expliquer, notamment, ses effets secondaires. Le projet joue sur la confusion entre information et publicité au profit de la permissivité publicitaire.

Or, même si l'un des objectifs des biologistes et des pharmacologues est de mettre au point des substances toujours mieux ciblées, n'agissant que sur l'organe ciblé, voire sur les seules cellules infectées ou cancéreuses, les médicaments disponibles aujourd'hui n'ont généralement pas cette spécificité : ils agissent sur les organes et sur les cellules touchées, par exemple, par un agent infectieux, mais aussi sur nombre de cellules saines, action responsable des effets secondaires indésirables. Chacun connaît les troubles digestifs parfois déclenchés par les antibiotiques, voire, plus graves, les risques d'allergie.

Ainsi, quand un médicament a une efficacité réelle, il a, quasi inévitablement, des effets secondaires plus ou moins marqués. De surcroît, certains médicaments administrés simultanément ont des interactions délétères. Aujourd'hui, les médecins sont informés par l'intermédiaire des laboratoires pharmaceutiques et par l'Agence française de sécurité sanitaire des produits de santé, l'AFSSAPS, des contre-indications de tel médicament chez tel malade et des interactions médicamenteuses. Un laboratoire pharmaceutique, vantant son produit dans un spot publicitaire, présentera des informations parcellaires et n'expliquera pas les risques liés à l'auto-administration de tel ou tel médicament.

De surcroît, le médecin ne serait plus consulté comme spécialiste, mais comme simple prescripteur, alors qu'il lui appartient de faire le bilan des avantages et des inconvénients liés à l'administration de tel médicament contre telle pathologie, chez tel patient. On peut craindre que les «consommateurs» veuillent brusquement profiter d'une liberté qu'ils jugent leur avoir été trop longtemps interdite : celle de «choisir» leurs traitements. Ils risquent d'exercer une vive pression sur leur médecin qui devra faire preuve de persuasion pour gommer les messages «subliminaux» éventuellement erronés laissés par une publicité bien conçue.

Pour certains, la publicité sur les médicaments représenterait une meilleure information du grand public, pour d'autres une stimulation artificielle de la consommation de médicaments. La publicité est d'ores et déjà autorisée aux États-Unis, depuis trois ans, et l'on constate que certains malades ou associations de malades portent plainte parce que le médicament n'a pas apporté la guérison promise. Si les informations données par les laboratoires sont complètes, fournissant à la fois les résultats que l'on peut attendre du traitement, mais aussi les risques associés, si les laboratoires ne pêchent pas par omission, si toutes les informations sont fournies, alors une telle «publicité» responsabiliserait peut-être le consommateur. Toutefois, on peut craindre que toutes ces conditions ne soient pas remplies.

Quel que soit l'impact sur la santé publique et sur les finances de la Sécurité sociale, les relations entre les malades et leur médecin évolueront nécessairement, tant en France que dans la Communauté européenne où les autorisations de mise sur le marché des médicaments, leur circulation, leur statut et leur promotion publicitaire devront être unifiés.

**Pierre HAEHNEL est le secrétaire général du Conseil national de l'ordre des médecins.**