

met inutile pour une université est éliminé, soit aucun n'est inutile pour les universités et, dans ce cas, les rouges constituent une affectation méritoire. La première possibilité ne peut pas se répéter éternellement, donc la seconde doit se produire.

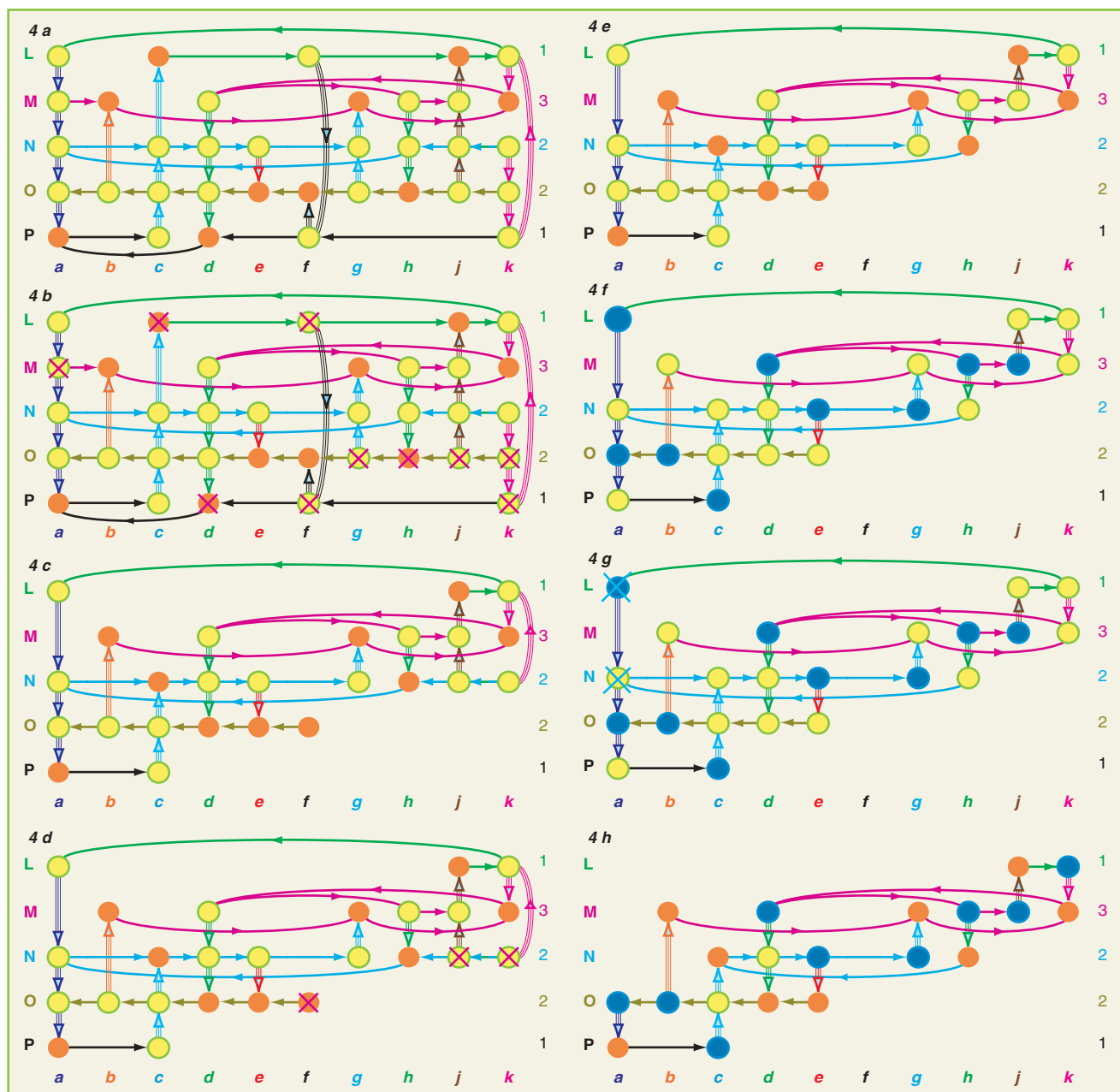
Examinons maintenant les sommets inutiles pour les candidats (on aurait pu commencer par eux). La solution candidats-gloutonne, coloriée en rouge, avait été utilisée pour identifier les som-

rets inutiles pour les universités. Ainsi, afin de trouver les sommets inutiles pour les candidats, choisissez la solution *universités-gloutonne* : coloriez en bleu les q meilleurs sommets de lignes de capacité q , (voir la figure 4f) (dans cette solution, à chaque université est accordé son idéal). Dans une colonne ayant au moins un sommet bleu, tous les sommets qui le précèdent (dans le classement du candidat de cette colonne) sont inutiles. En l'occurrence, il y en a deux (*les croix*

bleues de la figure 4g) : les éliminer donne le graphe de la figure 4h et, dans ce graphe, il ne reste aucun sommet inutile.

Affectations méritoires favorites... pour qui ?

La solution candidats-gloutonne en rouge sur la figure 4h est une affectation méritoire, et donc l'affectation méritoire *favorite des candidats*, dénommée $\mu(C)$. De même, la solution en bleu



4. L'ALGORITHME GRAPHIQUE DE RÉOLUTION. On commence (4a) par affecter, à chaque candidat, l'université qu'il préfère (en rouge) ; puis (4b) on identifie les sommets inutiles pour les universités (les croix rouges) et on les supprime (4c). La même démarche s'applique maintenant au graphe (4c) : chaque candidat est affecté à son premier choix (en rouge), puis (4d) les sommets inutiles pour les universités sont identifiés (croix rouges) et on les supprime (4e). On réitère pour le graphe (4e) : les candidats sont tous affectés à leur premier choix (en rouge) ; cette fois, il n'y a pas de som-

met inutile pour les universités et les sommets en rouge constituent une affectation méritoire. Toutefois, il peut exister des sommets inutiles pour les candidats. On affecte (4f) à chaque université de capacité q ses q candidats préférés (en bleu), puis (4g) on identifie les sommets inutiles pour les candidats (les croix bleues) et on les supprime (4h). Et on continue ainsi. Le graphe (4h) ne contient aucun sommet inutile : les sommets en bleu indiquent $\mu(U)$, l'affectation méritoire favorite des universités, et les sommets en rouge $\mu(C)$, l'affectation méritoire favorite des candidats.

est l'affectation méritoire favorite des universités, appelée $\mu(U)$. Elles sont visiblement les favorites : $\mu(C)$ (la rouge) donne à chaque candidat son premier choix dans le graphe de la figure 4h, donc son meilleur choix possible puisque seuls ont été éliminés des sommets inutiles (autrement dit, on s'est simplement débarrassé du brouillage du système). Et, bien sûr, $\mu(U)$ (la bleue) donne également à chaque université son meilleur choix possible. Notons que le même graphe final serait obtenu indépendamment de l'ordre d'élimination des sommets inutiles.

Toutefois, ces affectations sont fâcheusement différentes : la figure 4h montre indubitablement que la favorite des candidats $\mu(C)$, la rouge, est la pire pour les universités, et que la favorite des universités $\mu(U)$, la bleue, est la pire pour les candidats.

En général, il peut y avoir beaucoup d'affectations méritoires : un problème avec 9 postes à pourvoir pourrait avoir 55 affectations méritoires..., et avec 18 postes à pourvoir, 4 181 affectations méritoires. En l'occurrence, dans notre problème, il y en a exactement 8 (voir la figure 5). En bas de la figure est l'affectation méritoire favorite des universités, $\mu(U)$, en haut, l'affectation méritoire favorite des candidats, $\mu(C)$, et entre les deux, toutes les autres affectations méritoires. Les flèches vers le haut montrent que les affectations s'améliorent collectivement pour les candidats : en allant de l'une à l'autre, chaque candidat est affecté soit au même poste, soit à un meilleur (de son point de vue). Ainsi, en allant de $\mu(6)$ à $\mu(3)$, Allègre va de son deuxième choix effectif – Orléans – à son premier – Paris –, et Chevènement de son troisième – Paris – à son deuxième – Orléans.

Cependant, quand une affectation méritoire est meilleure pour un candi-

dat, elle est pire pour l'université concernée : de $\mu(6)$ à $\mu(3)$, Orléans et Paris sont moins contentes. Par ailleurs, si deux affectations méritoires ne sont pas liées par une suite de flèches sur la figure 5, l'une n'est pas collectivement meilleure que l'autre pour les candidats ; $\mu(5)$ est meilleure que $\mu(4)$ pour certains candidats, pire pour certains, et la même pour d'autres.

Les procédures des ministères français et turc choisissent toutes les deux une affectation méritoire : précisément, l'affectation favorite des universités, $\mu(U)$. Pourquoi ? Par erreur ? Par rapport à quel objectif ? Mystère. Ceci est peut-être tout simplement dû aux réflexes innés de représentants d'État centralisateurs.

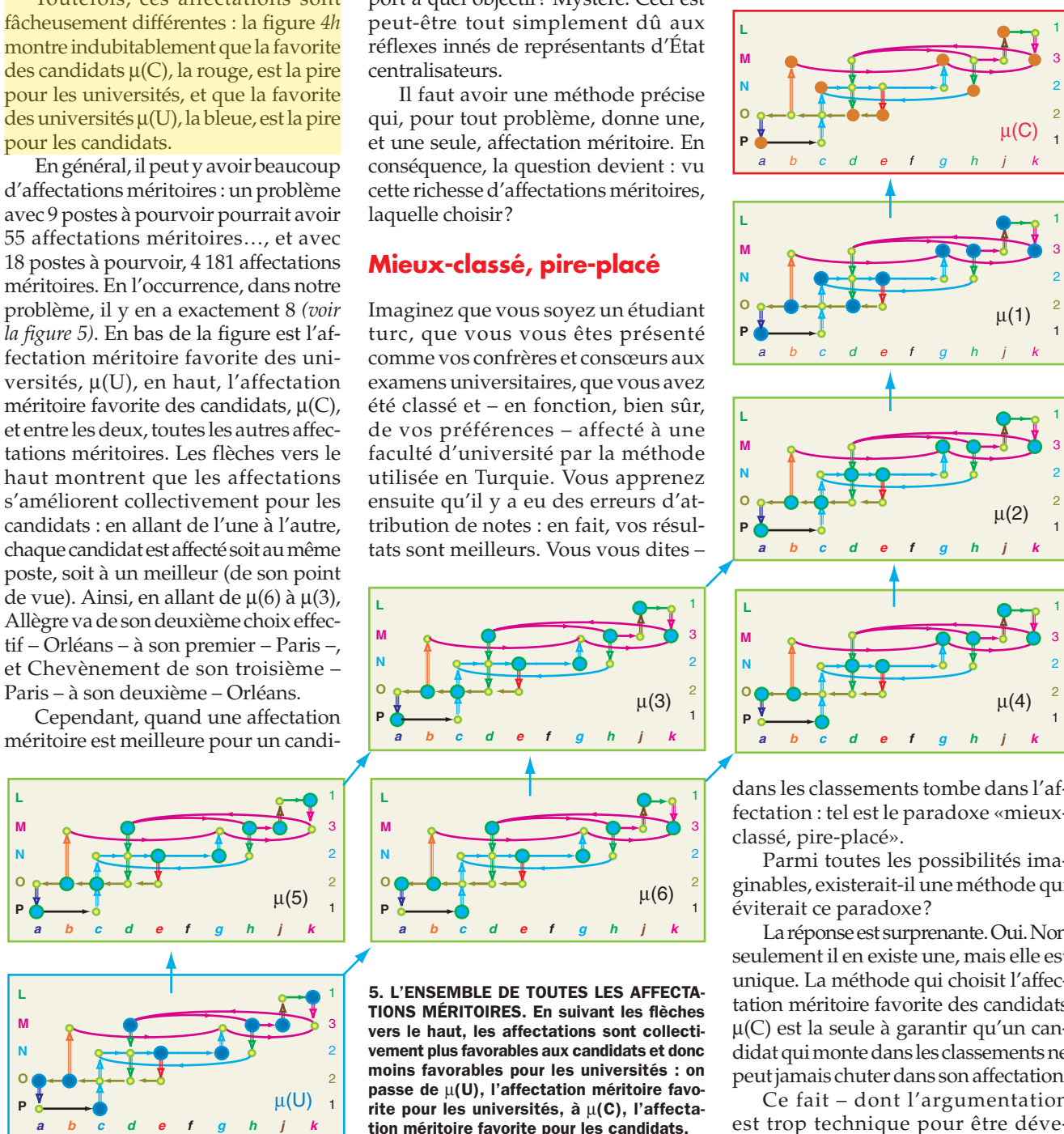
Il faut avoir une méthode précise qui, pour tout problème, donne une, et une seule, affectation méritoire. En conséquence, la question devient : vu cette richesse d'affectations méritoires, laquelle choisir ?

Mieux-classé, pire-placé

Imaginez que vous soyez un étudiant turc, que vous vous êtes présenté comme vos confrères et consœurs aux examens universitaires, que vous avez été classé et – en fonction, bien sûr, de vos préférences – affecté à une faculté d'université par la méthode utilisée en Turquie. Vous apprenez ensuite qu'il y a eu des erreurs d'attribution de notes : en fait, vos résultats sont meilleurs. Vous vous dites –

tant mieux ! – je pourrai aspirer à une meilleure affectation.

Peut-être..., mais ce n'est pas du tout sûr, car le ministère de l'Éducation nationale turc utilise la méthode qui choisit l'affectation favorite des universités, $\mu(U)$. La figure 6 décrit une telle situation. À gauche, le candidat a est classé dernier par l'université L ; à droite, le problème est identique, sauf que le candidat a est maintenant classé premier par L . Résultat (en bleu) : à gauche, a est affecté à son premier choix ; à droite, il est affecté à son dernier choix ! Un candidat qui monte



5. L'ENSEMBLE DE TOUTES LES AFFECTATIONS MÉRITOIRES. En suivant les flèches vers le haut, les affectations sont collectivement plus favorables aux candidats et donc moins favorables pour les universités : on passe de $\mu(U)$, l'affectation méritoire favorite pour les universités, à $\mu(C)$, l'affectation méritoire favorite pour les candidats.

dans les classements tombe dans l'affectation : tel est le paradoxe «mieux-classé, pire-placé».

Parmi toutes les possibilités imaginables, existerait-il une méthode qui éviterait ce paradoxe ?

La réponse est surprenante. Oui. Non seulement il en existe une, mais elle est unique. La méthode qui choisit l'affectation méritoire favorite des candidats $\mu(C)$ est la seule à garantir qu'un candidat qui monte dans les classements ne peut jamais chuter dans son affectation.

Ce fait – dont l'argumentation est trop technique pour être déve-