

laisse de côté une seule ligne (ou une seule colonne), les deux nombres n'ont pas de diviseur commun autre que un, ils sont premiers entre eux : une unique courbe suffit au motif entier. Ainsi, un motif de tissage nécessitera un nombre de courbes égal au plus grand commun diviseur du nombre de colonnes et du nombre de lignes.

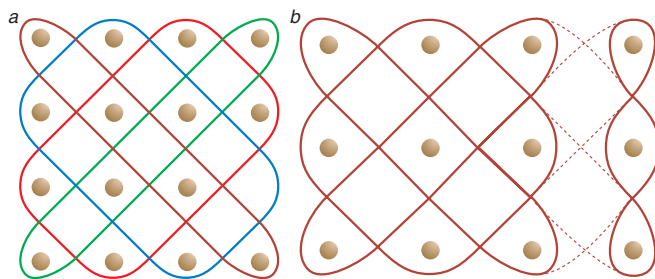
Le mathématicien a ensuite étudié les sons de la famille du ventre du lion (voir la figure 1). Ils correspondent au trajet d'un rayon lumineux dans une enceinte où l'on insère des miroirs horizontaux à deux faces réfléchissantes entre les points des colonnes de rang pair. Pour déterminer le nombre de courbes nécessaires à un tel motif, il analyse l'évolution des courbes à mesure qu'elles passent d'une colonne (dotée ou dépourvue de miroir) à la suivante (voir la figure 3).

On numérote les brins de courbes juste après les croisements, par exemple de un à six pour une grille à trois lignes et cinq colonnes. Le passage d'une colonne modifie l'ordre des brins : la permutation des brins après une colonne sans miroir est notée A, la permutation après une colonne avec des miroirs est notée B. L'ensemble des permutations subies par les brins jusqu'à l'avant-dernière colonne de la grille forme ainsi un «mot» composé de A et de B, tel BAB pour notre exemple.

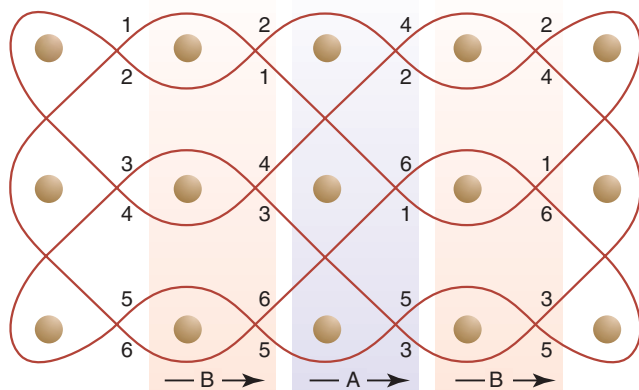
Ainsi, pour tout ventre du lion de m lignes et de n colonnes, on peut écrire un mot composé de B et de A en alternance puisque les miroirs sont placés une colonne sur deux. Ces mots se simplifient en reconnaissant, par exemple, que deux permutations de type B successives laissent l'ordre des brins inchangé. De la même façon, $2m$ permutations de type A consécutives s'annulent. Par ailleurs, on montre que $BA = A^{2m-1}B$. Au final, chaque mot simplifié obtenu est de la forme $A^j B^k$, où k est égal à 0 ou à 1 et où j est positif.

Le mot d'un motif de la famille du ventre du lion est $BABABA...$ ou $B(AB)^k$. En analysant les différentes valeurs de k , M. Schlatter a montré qu'un tel motif à m lignes et n colonnes nécessite une seule courbe quand $n-1$ est un multiple de quatre, sinon m courbes.

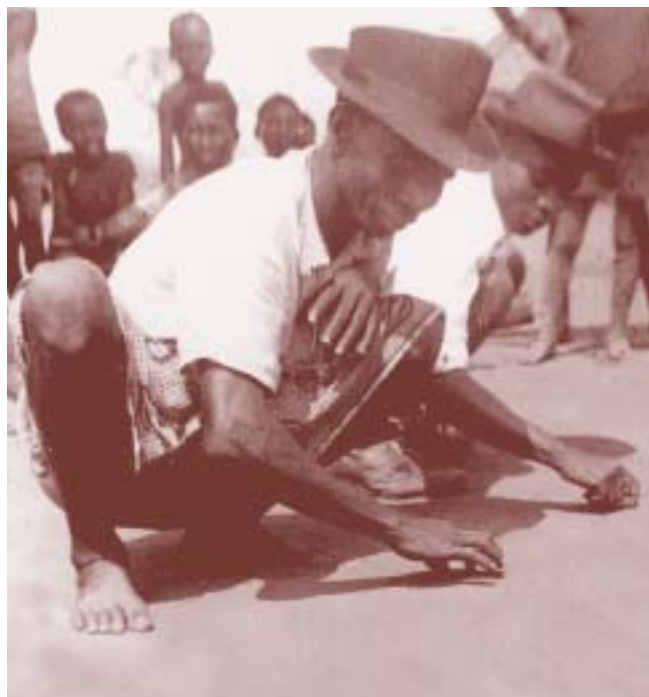
L'étude des sons du peuple Chokwe a dépassé le cadre ethnologique et a donné naissance à une nouvelle branche des mathématiques, la géométrie Lunda.



2. Un motif de tissage (le lusona le plus simple) dont la grille est carrée (a) requiert un nombre de courbes égal au nombre de points sur chaque côté, ici quatre. On détermine le nombre de courbes nécessaires pour une grille quelconque en décomposant celle-ci en carrés (b) : le nombre de courbes pour le motif complet est égal au nombre de courbes nécessaires pour la partie restante (une courbe pour une grille de trois lignes et de quatre colonnes) ou au nombre de courbes du dernier carré quand la grille n'est composée que de carrés.



3. On détermine le nombre de courbes d'un lusona de la famille du ventre du lion en étudiant les deux types de permutations (A et B) des brins des courbes (numérotés de un à six après le croisement des courbes de la première colonne) à mesure qu'ils passent les colonnes. La permutation A correspond au passage d'une colonne sans miroir, la permutation B à celui d'une colonne avec miroirs. L'analyse des combinaisons de permutations, ici BAB, montre qu'un motif requiert une seule courbe quand $n-1$ est un multiple de quatre, m courbes sinon.



© Africa Museum Tervuren, Belgique.



4. L'akwa kuta sona (à gauche), ou expert en sona, est le gardien de la tradition de son peuple, les Chokwe. Il raconte des histoires qu'il illustre par des dessins, les sona, tracés de son doigt dans le sable (à droite). Il trace au préalable une grille de points.

La nage des poissons

JEAN-MICHEL COURTY • ÉDOUARD KIERLIK

Les poissons nagent selon des modes comparables aux deux principales techniques de rame qui tirent parti soit de la traînée, soit de la portance.

Au XVIII^e siècle, les marins ne ramaient pas : ils «nageaient». Aujourd'hui le rameur assis le plus près de la poupe d'un «huit» est le «chef de nage» : il donne le rythme à suivre par les autres rameurs. L'expression est profonde de sens : du point de vue physique, les poissons emploient leurs nageoires soit comme un aviron, soit comme une godille. Tandis que la première méthode est idéale pour fuir, la seconde est insurpassable pour nager vite et loin.

Comment se propulse un poisson? Examinons les forces qui s'exercent sur un corps mobile dans un fluide. Une aile d'avion, assimilable à une nageoire, subit deux forces, la traînée et la portance. La traînée, de direction opposée à la vitesse, freine le mouvement de tout mobile dans un fluide. La portance est perpendiculaire à ce mouvement et, comme son nom l'indique, soutient en l'air les avions et les oiseaux. Toutes deux sont proportionnelles au carré de la vitesse de l'objet. La géométrie de l'objet ainsi que son orientation dans le fluide déterminent les coefficients de proportionnalité, nommés coefficients de traînée et de portance. Pour un objet effilé comme une aile d'avion, le coefficient de traînée est typiquement dix fois plus faible que le coefficient de portance. Lorsqu'ils se propulsent, les poissons exploitent soit la traînée, soit la portance, soit... les deux à la fois! Comment?

PROPULSION PAR LA TRAÎNÉE

Les poissons qui se propulsent grâce à la traînée s'appuient sur l'eau comme les rameurs. Quand il tire sur son aviron, le rameur qui tourne le dos à la proue déplace sa pelle (la partie immergée de la rame) de l'avant vers l'arrière du bateau ; la force de traînée qui s'exerce sur la pelle s'oppose à son mouvement. Dirigée vers l'avant, elle constitue la force propulsive du bateau. Pour l'accroître, un rameur s'efforce de présenter une

surface maximale à l'eau pendant qu'il tire sur sa pelle immergée. Il la ramène de l'arrière vers l'avant du bateau en la sortant de l'eau pour éviter de produire une force de traînée de sens contraire qui freinerait le bateau. La rascasse se propulse aussi en utilisant la force de traînée : elle avance en poussant sur ses nageoires latérales déployées, puis elle les couche pour les ramener vers l'avant en minimisant la traînée.

Cette «nage par traînée» a l'inconvénient de n'être efficace que si la vitesse de la nageoire est supérieure à la vitesse relative de l'eau par rapport au rameur : plus le poisson nage vite, moins ses nageoires le propulsent! Fixons-nous les idées en examinant le cas d'un jeu de nageoires de dix centimètres carrés. Pour démarrer, leur propriétaire les ramène vers l'arrière à une vitesse de un mètre par seconde : la loi donnant la traînée indique que ses nageoires induisent alors une force de un newton. Quand le poisson avance de 50 centimètres par seconde, la vitesse relative de ses nageoires par rapport à l'eau chute à 50 centimètres par seconde et la force propulsive qu'elles induisent (proportionnelle au carré de la vitesse) est alors quatre fois plus faible. Si le poisson avançait de un mètre par seconde, la force de propulsion deviendrait nulle.

Puisque la «nage de traînée» est d'autant plus efficace que la vitesse est faible, la plupart des poissons l'utilisent pour leurs manœuvres à faible vitesse ; en outre, elle leur sert aussi à s'enfuir à partir de l'immobilité. Au lieu de pratiquer «l'aviron de croisière», ils fouettent l'eau de leur nageoire caudale. Les truites en fuite, par exemple, se plient en forme de C, avant de se déplier en un éclair rejetant l'eau vers l'arrière. Elles atteignent des accélérations de plusieurs dizaines de mètres par seconde carré (l'accélération g de la pesanteur, vaut environ dix mètres par seconde carré) ; flèche multicolore, la truite arc-en-ciel se dépie en 80 millisecondes et obtient une accélération de 4 g . Les poissons n'ont pas l'apanage de ces départs foudroyants : les crevettes atteignent plus de 10 g lors de départs arrêtés!

PROPULSION PAR LA PORTANCE

Les poissons qui se propulsent grâce à la portance pratiquent une technique analogue à la godille. La portance est perpendiculaire au mouvement de la nageoire par rapport à l'eau. Pour que cette force soit dirigée vers l'avant, le poisson fait aller et venir sa nageoire caudale perpendiculairement à la direction de progression. Ce principe est celui de la godille, technique de propulsion des bateaux avec une seule rame : les matelots qui la maîtrisent enfoncent un aviron dans l'eau à l'arrière de l'embarcation. Ils effectuent un va-et-vient de la gauche vers la droite en changeant l'inclinaison à chaque passage. La pelle reste quasi parallèle à l'arrière du bateau, son bord d'attaque légèrement vers l'avant. La godille exige un bon «coup de poignet», car elle perd vite son efficacité quand la pelle n'est pas correctement placée par rapport à la marche du bateau.



Dessins de Bruno Vacaro

Tel un rameur, la rascasse se propulse en battant des nageoires latérales. Elle manœuvre ainsi avec aisance à faible vitesse.