

Reconstruction de l'espace des phases

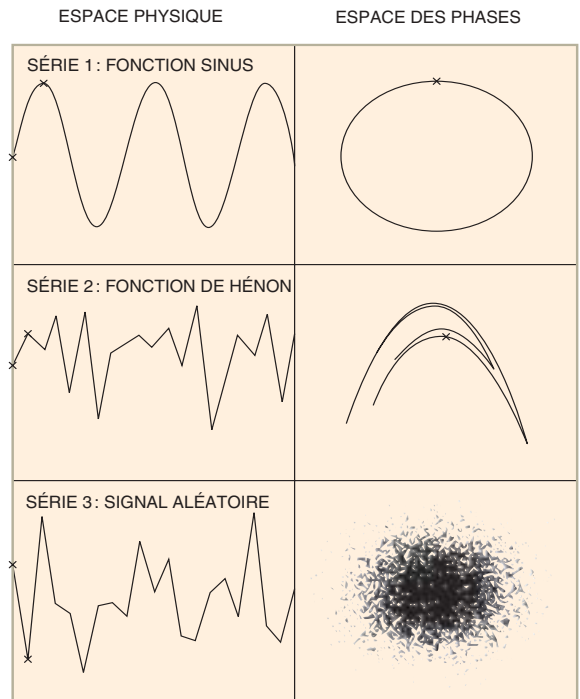
L'étude de la dynamique des systèmes est plus facile dans un espace mathématique nommé espace des phases. On y représente l'évolution du système sous la forme d'une trajectoire, dont la structure renseigne directement sur la nature du système étudié : erratique ou chaotique, périodique ou non, etc.

La reconstruction de l'espace des phases peut être illustrée par de simples cas bidimensionnels. Considérons trois séries temporelles. Les coordonnées sont le temps t en abscisse et la valeur de la série à l'instant t , $f(t)$ en ordonnée (à gauche). À ces trois séries, on associe les portraits de phase correspondants (à droite) : leurs coordonnées sont $(f(t), f(t+d))$, c'est-à-dire les valeurs de la série au temps t en abscisse et les valeurs de la série au temps $(t+d)$ en ordonnée, où d est l'intervalle qui sépare deux mesures. Dans l'espace des phases reconstruit, à chaque couple de points des figures de gauche correspond un seul point des figures de droite, après avoir éliminé la dépendance explicite de la variable temporelle.

La première série temporelle est une sinusoïde $y(t) = \sin \omega t$, un signal déterministe simple ; le portrait de phase correspondant est un cercle. Représenté par deux coordonnées ($x(t) = \cos \omega t$ et $y(t) = \sin \omega t$), il est obtenu ici avec $y(t) = x(t+d)$ où $d = \pi/2\omega$. La deuxième série temporelle représente la fonction de Hénon, un système simple qui engendre du chaos. Son portrait de phase a une forme de banane. Enfin, un algorithme de génération de nombres aléatoires a produit la troisième série. Dans l'espace des phases reconstruit correspondant, aucune structure n'apparaît : le signal a une origine stochastique.

Bien que les deuxième et troisième séries semblent aléatoires, les espaces des phases reconstruits sont distincts : l'origine déterministe du deuxième signal contraint les variables de l'espace des phases reconstruit à former une trajectoire nommée attracteur étrange

ou chaotique. En revanche, dans le cas de la troisième série, aucune structure ne ressort de cet espace des phases reconstruit.



ce que ces structures représentent, l'essentiel est qu'elles apparaissent de nouveau après le traitement du signal.

Nous avons reproduit l'expérience avec le mot *bonjour* (*buon giorno*), d'une durée égale à une seconde environ (voir la figure 4). À l'entrée du filtre, nous ajoutons un bruit numérique au signal original. Puis, nous comparons le signal obtenu à la sortie au *bonjour* initial : la différence est faible et peut être considérée comme le bruit résiduel. Ce bruit résiduel n'est pas constant, mais il varie, en particulier dans la transition entre les syllabes *bon* et *jour* (*buon* et *giorno*), où un pic apparaît. Un silence imperceptible se glisse entre les deux mots et le signal ne comporte plus de structures périodiques. À ce niveau, l'estimation de l'hypersurface sur laquelle effectuer la projection présente un plus grand degré d'incertitude. Les états situés à proximité des transitions entre les phonèmes occupent des régions de l'espace reconstruit qui n'appartiennent ni au phonème qui se termine ni à celui qui commence. Dans ce contexte, le filtrage se fait avec une qualité inférieure. Sinon, les phonèmes occupent des régions distinctes de l'espace des phases reconstruit, et on identifie leur point de séparation dans l'espace des phases et dans le temps, donc dans la série temporelle. Les phonèmes sont ainsi automatiquement reconnus.

Pour vérifier le fonctionnement du filtre, nous avons aussi fait varier le niveau du bruit introduit, de 10 à 500 pour cent de la variation du signal, c'est-à-dire que le signal superposé va d'un bruissement à peine perceptible à un bruit qui entraîne la perte complète de l'intelligibilité. Nous avons comparé les performances de notre filtre avec les résultats obtenus en utilisant l'algorithme qui sert de référence

dans le filtrage de signaux vocaux, dit algorithme d'Ephraïm et Malah. Notre filtre améliore les performances du filtrage, notamment pour des niveaux élevés de bruit.

Le filtre que nous avons conçu consiste à créer un espace des phases reconstruit à partir des données scalaires, ce qui, d'un point de vue strictement mathématique, a un sens seulement pour des signaux déterministes et stationnaires. Nous avons montré que la représentation dans un espace des états et le confinement dans une hypersurface sont valables au niveau de phonèmes distincts ; il faut seulement considérer un espace de dimension suffisamment élevée avec les paramètres de reconstruction qui conviennent. Le nombre élevé de dimensions de cet espace vectoriel aide à résoudre la non-stationnarité du signal vocal. Notre algorithme utilise des outils de la théorie du chaos sans toutefois que l'on ait à se préoccuper de savoir si la voix humaine est assimilable à un système chaotique ou non.

Lorenzo MATASSINI travaille dans la Société Daimler-Chrysler, en Allemagne.

J. GLEICK, *La théorie du chaos. Vers une nouvelle science*, Albin Michel, 1989.

A. DAHAN-DALMEDICO, *Chaos et déterminisme*, Points Sciences Le Seuil, 1992.

I. EKELAND, *Le chaos : un exposé pour comprendre*, Dominos Flammarion, 1996.

Holger KANTZ et Thomas SCHREIBER, *Nonlinear Time Series Analysis*, Cambridge University Press, 1997.

La nacre, substitut de l'os

ÉVELYNE LOPEZ • SOPHIE BERLAND • SANDRINE BORZEIX

La nacre et l'os sont des tissus minéralisés partageant plusieurs caractéristiques, par exemple leur structure ou leur mode d'élaboration.

Divers essais cliniques montrent que la nacre aide à régénérer les os endommagés.

En 1972, l'historien des sciences Amadéo Bobbio, de l'Université d'Aquara, à São Paulo, au Brésil, examine des crânes amérindiens vieux de plus de 4 000 ans mis au jour au Honduras. Il découvre alors que les Mayas remplaçaient des dents disparues par des fragments de nacre. La radiographie de ces os révèle que les dents de substitution sont bien soudées à l'os du maxillaire et biologiquement bien tolérées. L'étude de la texture des dents de remplacement indique qu'ils ont été taillés dans la nacre d'un mollusque bivalve, l'huître *Pinctada maxima* fréquente à cette époque dans le golfe du Mexique, mais aujourd'hui disparue dans cette région.

Ainsi, les Mayas ont été les premiers à utiliser la nacre, pour ses qualités physiques, notamment pour sa dureté, mais aussi parce qu'elle ressemble aux tissus minéralisés complexes, tels ceux qui constituent les dents et l'os. La nacre, sous forme de poudre de perles, est présente depuis l'Antiquité dans les pharmacopées traditionnelles égyptienne, asiatique et amérindienne. La nacre était surtout utilisée pour prévenir les brûlures du Soleil et les apaiser.

Si les Mayas ont utilisé les propriétés de la nacre de façon empirique, cette substance naturelle intéresse aujourd'hui les physiciens, les minéralogistes et les biologistes, qui l'étudient afin d'élucider les mécanismes de minéralisation des coquilles, mais aussi d'autres

structures biologiques minéralisées, tels l'émail et l'ivoire des dents, ainsi que l'os. Ils cherchent à découvrir les analogies structurales de la nacre et de l'os.

Depuis 1992, plusieurs expériences, que nous examinerons, ont mis en évidence les qualités de la nacre qui favorise la régénération osseuse, mais qui comble aussi les pertes osseuses, consolidant les os endommagés par un accident, par l'usure ou par des maladies, telle la parodontose ou l'ostéoporose. Aussi, étudions-nous la compatibilité biologique entre la nacre et le tissu osseux, et analysons-nous les mécanismes de la croissance de ces deux tissus minéralisés et du contrôle de la minéralisation. Après avoir décrit ces deux structures et mis en lumière le contexte de leur élaboration, nous exposerons quelques exemples où la nacre a révélé son rôle de substitut potentiel pour des réparations osseuses. Enfin, nous détaillerons ce que l'on sait des mécanismes moléculaires de la croissance de ces deux tissus minéralisés, et ce qu'ils nous apprennent sur leur histoire évolutive.

Des cristaux sous contrôle

Un cristal est un assemblage d'atomes (ou de molécules) agencés en un réseau tridimensionnel périodique, composé d'une maille élémentaire répétée. Cette structure en réseau restreint la liberté de mouvements des atomes et confère sa rigidité au cristal. Les cristaux issus d'un mécanisme de biominéralisation, où la formation et la croissance sont guidées par une matrice de molécules organiques, diffèrent notablement de ceux qui se forment spontanément dans la nature à partir de réactions purement physico-chimiques, car ils résultent de phénomènes dits «hors équilibre» (ils ne sont pas en équilibre avec le milieu environnant). Par exemple, chez les vertébrés, le minéral le plus répandu est celui de l'os : il s'agit du phosphate de calcium cristallisé sous une forme d'hydroxyapatite, où le cristal de phosphate de calcium est lacunaire et peut incorporer différents ions, tels des ions carbonate, des ions fluor, des ions iodure... Ces substituants modifient la solubilité du cristal dans sa forme géologique, l'apatite.

La cristallisation de carbonate de calcium est un autre mode de calcification adopté par le monde vivant pour élaborer un squelette protecteur. Ainsi, chez les animaux à squelette externe, tels les mollusques, le minéral le plus répandu est le carbonate de calcium cristallisé soit sous forme de calcite (la maille cristalline est rhomboédrique, c'est-à-dire qu'elle a la forme de deux tétraèdres accolés par leur base), soit sous forme d'aragonite (la maille est alors



1. LA NACRE extraite de l'intérieur des deux valves de l'huître *Pinctada maxima* (médaille) peut être utilisée en chirurgie osseuse réparatrice sous deux formes : en blocs massifs ou micronisée, c'est-à-dire réduite en poudre et associée à un liant.

Illustrations des auteurs, sur la page 85