

Découpages articulés

JEAN-PAUL DELAHAYE

De nouvelles constructions géométriques posent la question : peut-on passer d'un polygone quelconque à un autre par un découpage articulé ?

Dans certains domaines mathématiques, les démonstrations sont ce que l'on nomme des « ânes qui trottent » : une fois l'énoncé formulé, une méthode s'impose qui amène doucement et sûrement la solution (les élèves moyens adorent et les bons s'ennuient). À l'opposé, d'autres domaines demandent imagination et créativité et aucune garantie de réussite ne peut être donnée. Les découpages géométriques minimaux appartiennent à ce second genre.

Les découpages géométriques permettent de passer d'un polygone à un autre de même aire en découpant le premier selon un nombre fini de pièces polygonales qui, correctement agencées, recomposent le second. Les mathématiciens Williams Wallace, Farkas Bolay et P. Gerwien (respectivement en 1831, 1832 et 1833) ont démontré indépendamment que cette redistribution est toujours possible et la démonstration du théorème est constructive, c'est-à-dire permet, dans chaque cas particulier, de construire un découpage. Partant, par exemple d'un triangle équilatéral avec pour objectif un carré de même aire, vous arriverez en suivant la méthode de la démonstration à un découpage du triangle en cinq pièces se redisant en carré. Il se trouve que le même découpage peut se faire avec seulement quatre pièces comme le proposa Henry Dudeney (1857-

1930) en 1902, aidé par C. McElroy un lecteur de sa rubrique d'énigmes mathématiques.

Comme aucun découpage du triangle en carré utilisant moins de quatre pièces n'a été proposé (on n'a cependant pas prouvé qu'un découpage à trois pièces était impossible), le record pour ce problème est donc 4. Des records analogues ont été établis pour de nombreux autres couples de polygones et sont recensés soit dans le classique livre de Harry Lindgren (1912-1992) intitulé *Recreational Problems in Geometric Dissection and How to Solve Them* (Dover Publication, 1972), soit dans le premier livre de Greg Frederickson *Dissection Plane and Fancy* (Cambridge Univ. Press, 1997).

La recherche de ces solutions minimales est difficile et d'une grande subtilité (mais, paradoxalement, les solutions sont compréhensibles par tous d'un seul coup d'œil). L'imagination créatrice est fortement sollicitée lors de la recherche. Cet art minimal des mathématiciens demande du génie, ce qui n'est peut-être pas, à notre avis, le cas de l'art minimal (aussi appelé minimalisme) auquel s'adonnent les peintres des tableaux monochromatiques (Yves Klein par exemple) et les sculpteurs proposant des « œuvres » réduites parfois à de simples demi-sphères (Max Bill).

1. LA TABLE DE JOOP VAN DER VAART est un découpage articulé du triangle équilatéral en carré. Cette table, et une tirelire originale Amro, sont visibles sur le site : <http://www.cs.purdue.edu/homes/gnf/book2/Booknews2/jooppic.html>. Sur le schéma du haut, on a représenté la méthode de Lindgren utilisant des frises pour trouver le découpage.

TABLES TRANSFORMABLES

La dissection pour passer du triangle équilatéral au carré est remarquable, car elle possède une propriété inattendue : certains coins des quatre pièces de la dissection peuvent être liés par des charnières, le tout formant une sorte de collier à quatre grosses perles polygonales. L'assemblage articulé se plie en carré ou en triangle selon la façon dont on fait jouer les articulations, dans un sens ou dans un autre.

Cette merveilleuse propriété a suggéré à Joop Van Der Vaart la construction d'une table qui selon le nombre de vos invités permet de les asseoir autour d'un carré ou autour d'un triangle équilatéral. De petites difficultés pratiques subsistent quant à la disposition des pieds représentés sur la photographie ci-contre. Une

