

autre question vient immédiatement à l'esprit du mathématicien : peut-on adapter le théorème de Wallace-Bolyai-Gerwien aux découpages articulés ? Autrement dit à chaque fois que deux polygones ayant même aire sont donnés peut-on créer un découpage avec charnières qui se replie au choix en l'un ou en l'autre des polygones. Dit encore autrement, ce que l'on est sûr de savoir faire avec les deux mains, peut-on toujours le faire en s'imposant de garder une main dans le dos ?

Cette question de géométrie élémentaire n'est pas résolue aujourd'hui, mais les nombreux découpages articulés découverts ces dernières années par Greg Frederickson et quelques autres passionnés suggèrent que oui. G. Frederickson a force de découvrir des solutions à tous les problèmes qu'il se posait est aujourd'hui persuadé que cette conjecture des découpages articulés doit être vraie. Qui la démontrera ?

Un point complet sur ces dissections est présenté dans le livre que vient de publier G. Frederickson intitulé *Hinged Dissections : Swinging and Twisting* (Cambridge University Press, 2002). Ce livre admirablement illustré est un trésor de beautés géométriques prouvant à ceux qui en doutaient que la géométrie du plan est toujours vivante et que les mathématiques divertissantes sont susceptibles

de produire des formes inattendues et des objets mécaniques nouveaux et inespérés. Certaines animations de découpages avec charnières peuvent être admirées sur le site internet de G. Frederickson : <http://www.cs.purdue.edu/homes/gnf/book2/hingdanim.html>

Assez étrangement G. Frederickson, spécialiste incontesté des découpages articulés, n'est pas géomètre, mais informaticien spécialisé dans l'analyse d'algorithmes et les algorithmes de graphes. Il enseigne aujourd'hui à l'Université de Purdue dans l'État d'Indiana aux États-Unis. Comme l'écrit à son sujet Brian Colombo, il n'aime pas du tout les figures géométriques... puisqu'il en fait systématiquement le découpage. J'ignore si c'est parce qu'il était lassé de reconstituer les divers puzzles – modèles en bois ou en carton – que l'on obtient à partir des découpages classiques. Toujours est-il qu'il s'est spécialisé dans les découpages articulés, plus faciles à ranger.

UN PEU DE MÉTHODE

Comment découpe-t-on ces découpages articulés qui semblent miraculeux ? Une première voie est bien sûr de reprendre les découpages sans charnières et d'essayer de les munir de charnières. Pour chacun des découpages classiques et

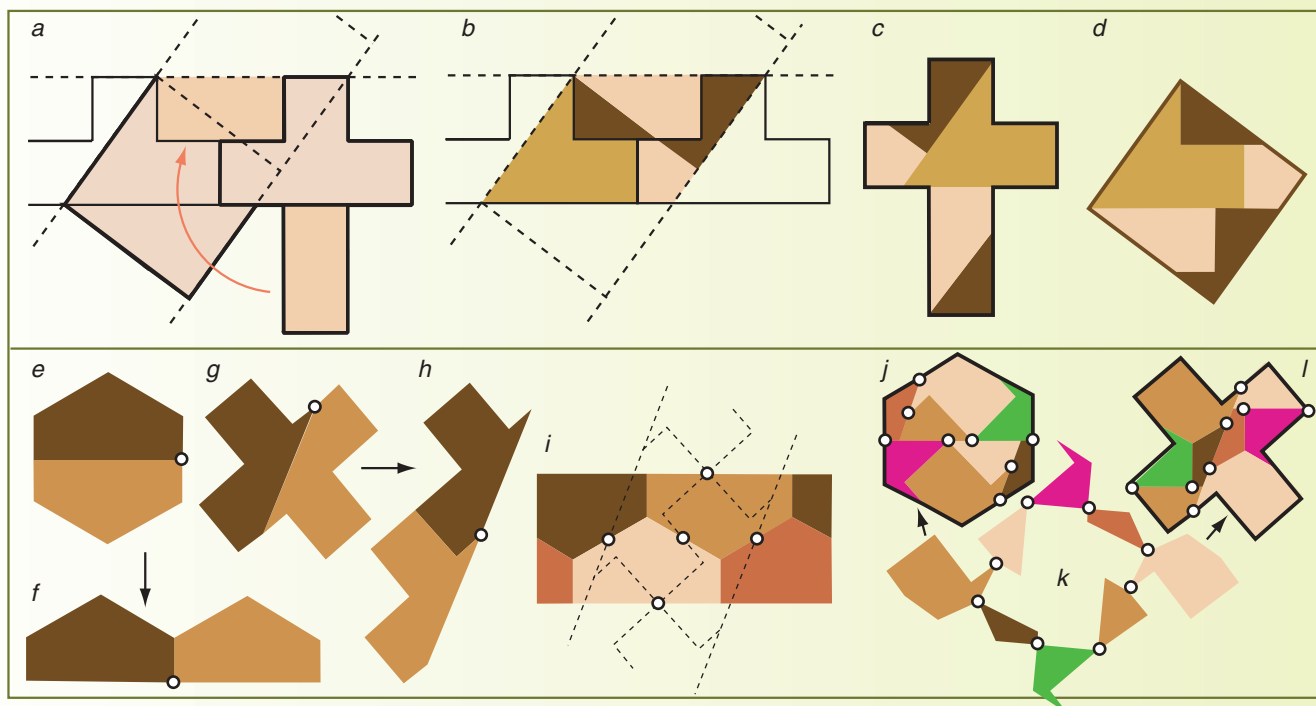
en particulier pour ceux établissant des records de minimalité, G. Frederickson s'est posé la question : peut-on lier les pièces d'une façon qui autorise un double repliement ? La réponse est oui dans un nombre surprenant de cas.

Bien sûr, les cas intéressants sont ceux où le découpage minimal ne peut pas être muni de charnières, car alors se posent les deux questions suivantes :

- Le découpage avec charnière est-il possible ? (puisque aucun équivalent du théorème de Wallace-Bolyai-Gerwien n'a été démontré, la réponse n'est pas connue d'avance) ;
- S'il est possible, quel est le minimum de pièces liées par des charnières permettant le découpage ?

Avant d'examiner ces questions, nous allons voir comment Lindgren obtenait ses découpages. Bien sûr, on peut procéder par tâtonnement et espérer que la patience et la familiarité qu'on finira par acquérir avec l'énigme conduiront à une solution ; cependant plusieurs techniques générales se sont révélées utiles.

La première méthode est la méthode des frises explicitée sur la figure 2 et la seconde qui la généralise, la méthode des pavages du plan, illustrée sur la figure 3. Le découpage proposé par Lindgren sépare en six morceaux le dodécagone régulier et permet de recomposer un carré



2. LA MÉTHODE DE LINDGREN résout ou améliore grandement les découpages. Elle consiste à disposer les deux figures de même aire en deux «frises», puis à superposer ces deux frises en les orientant de façon à tirer avantage des «coins» des figures. Ici on a d'abord transformé une croix latine (c) en carré (d). La frise du carré est naturelle, il suffit d'aligner des carrés jointifs. La frise de la croix latine est obtenue en coupant le pied et en le tournant de 90 degrés (a). L'aire de l'intersection des deux frises (b) est constante, ce qui explique la validité de la méthode.

Le découpage donne ici une transformation «record» en cinq pièces. Ce découpage ne permet hélas pas de système articulé. Examinons maintenant la transformation de l'hexagone en croix grecque. Après avoir créé deux découpages articulés, l'un de l'hexagone (e-f), l'autre de la croix grecque (g-h) dont les versions dépliées servent à constituer des frises, on superpose les deux bandes pavées (j). Cela détermine la forme des pièces du découpage articulé (k) permettant de transformer un hexagone régulier en croix grecque (fk-l).