

G. Frederickson a découvert le découpage articulé de l'octogone en carré que vous pouvez admirer sur la figure 3 *h-i-j*.

Une autre technique, explicitée sur la figure 2, à base de frises pavées (et qui peut être vue comme un cas particulier de la technique des pavages périodiques) permet de belles découvertes. Le découpage d'un pentagone en carré, qui *a priori* semble difficile, car la symétrie d'ordre 5 du pentagone s'accorde mal avec celle du carré, ne demande au bout du compte qu'un assemblage articulé de 7 pièces (voir la figure 6).

Parfois une adaptation subtile d'un découpage classique est possible. À l'aide de découpages supplémentaires et éventuellement de fusions soigneusement choisies, on rend articlable un découpage qui ne l'est pas. La figure 5 montre la délicate transformation du classique découpage en 5 pièces de l'octogone en carré (non articlable), qui permet d'en déduire un découpage articulé en 7 pièces.

En plus des découpages articulés avec charnières, G. Frederickson s'est intéressé à des découpages articulés avec point de fixation pivotant : les deux pièces attachées chacune par le centre d'une arête pivotent dans l'espace de 180° , l'une se retournant dessus-dessous par rapport à l'autre. Là encore de merveilleux découpages et une conjecture irrésolue (que vous devinez) attendent les amateurs (voir la figure 7).

PREUVES DE JUSTESSE

Lorsqu'on regarde un découpage (avec charnières ou non) une question se pose : où passent exactement les droites et quels sont précisément les angles utilisés ? Pour réaliser de grands modèles, vous devrez avoir correctement répondu à ces questions. Si l'ajustement est seulement approximatif, cela signifie que le découpage est faux, car nous sommes ici dans le monde pur des formes géométriques et seuls les découpages qu'on peut agrandir mille fois et qui tombent encore parfaitement nous intéressent. La réponse à la question de la mesure précise des longueurs et des angles et la preuve de la justesse totale des découpages proposés peuvent souvent être obtenues par le simple examen des figures, à la condition d'y inclure le schéma de superposition des réseaux (ou des frises) ayant conduit au découpage.

La preuve de l'exactitude du découpage se réduit donc en général à quelques dessins que l'on comprend sans rien écrire. Nous sommes dans l'un de ces domaines mathématiques où les preuves ne demandent aucun mot, et où celui qui voudrait formaliser les raisonnements risquerait de se compliquer la vie stupidement, car la longue démonstration à laquelle il aboutirait serait à la fois plus compliquée et moins claire, sans être plus persuasive, que l'examen attentif des dessins.

Contrairement à ce qu'on croit parfois en sortant d'un cours de mathématiques, produire de bonnes démonstrations ne consiste pas à décomposer un raisonnement en petits morceaux dont les liens deviennent impossibles à appréhender globalement, mais consiste à produire chez son interlocuteur une conviction totale qu'il pourra transmettre et qui lui donnera le sentiment profond de voir ce qui se passe. La formalisation est certes utile (voire inévitable dans certains domaines), mais il serait stupide lorsque les figures parlent d'elles-mêmes (même s'il faut les regarder longtemps) de procéder autre-

4. DÉCOUPAGE ARTICULÉ TRANSFORMANT UN CARRÉ EN UN OCTOGONE. Un classique découpage du carré en octogone est obtenu par une variante de la technique de superposition de pavages du plan (on pave en associant à chaque pièce un carré de plus petite taille, voir les schémas *a-b-c*). Hélas, aucun système de charnières ne permet d'articuler ce découpage. Après avoir découpé l'une des quatre pièces en quatre et avoir recollé deux des morceaux du nouveau découpage (*d-g*), G. Frederickson a obtenu cette chaîne polygonale à double repliement (*e-f-g*) qui fait passer de l'octogone au carré et inversement.

