

G. Frederickson a découvert le découpage articulé de l'octogone en carré que vous pouvez admirer sur la figure 3 h-i-j.

Une autre technique, explicitée sur la figure 2, à base de frises pavées (et qui peut être vue comme un cas particulier de la technique des pavages périodiques) permet de belles découvertes. Le découpage d'un pentagone en carré, qui *a priori* semble difficile, car la symétrie d'ordre 5 du pentagone s'accorde mal avec celle du carré, ne demande au bout du compte qu'un assemblage articulé de 7 pièces (voir la figure 6).

Parfois une adaptation subtile d'un découpage classique est possible. À l'aide de découpages supplémentaires et éventuellement de fusions soigneusement choisies, on rend articlable un découpage qui ne l'est pas. La figure 5 montre la délicate transformation du classique découpage en 5 pièces de l'octogone en carré (non articlable), qui permet d'en déduire un découpage articulé en 7 pièces.

En plus des découpages articulés avec charnières, G. Frederickson s'est intéressé à des découpages articulés avec point de fixation pivotant : les deux pièces attachées chacune par le centre d'une arête pivotent dans l'espace de 180° , l'une se retournant dessus-dessous par rapport à l'autre. Là encore de merveilleux découpages et une conjecture irrésolue (que vous devinez) attendent les amateurs (voir la figure 7).

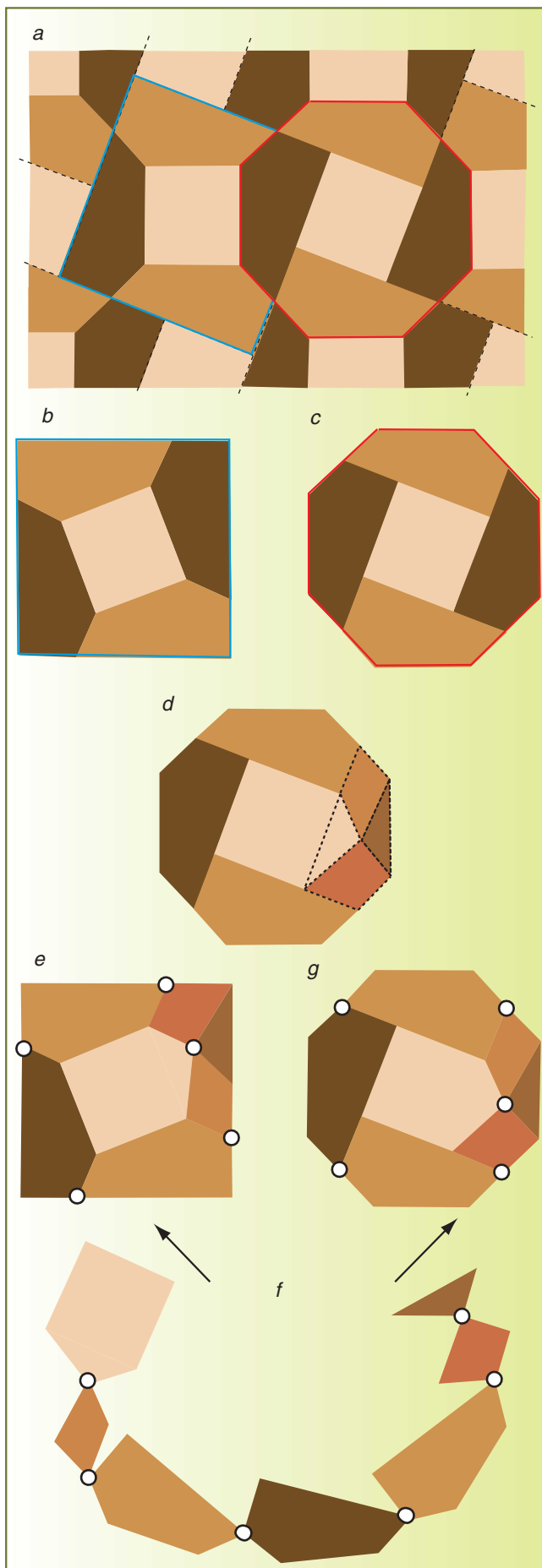
PREUVES DE JUSTESSE

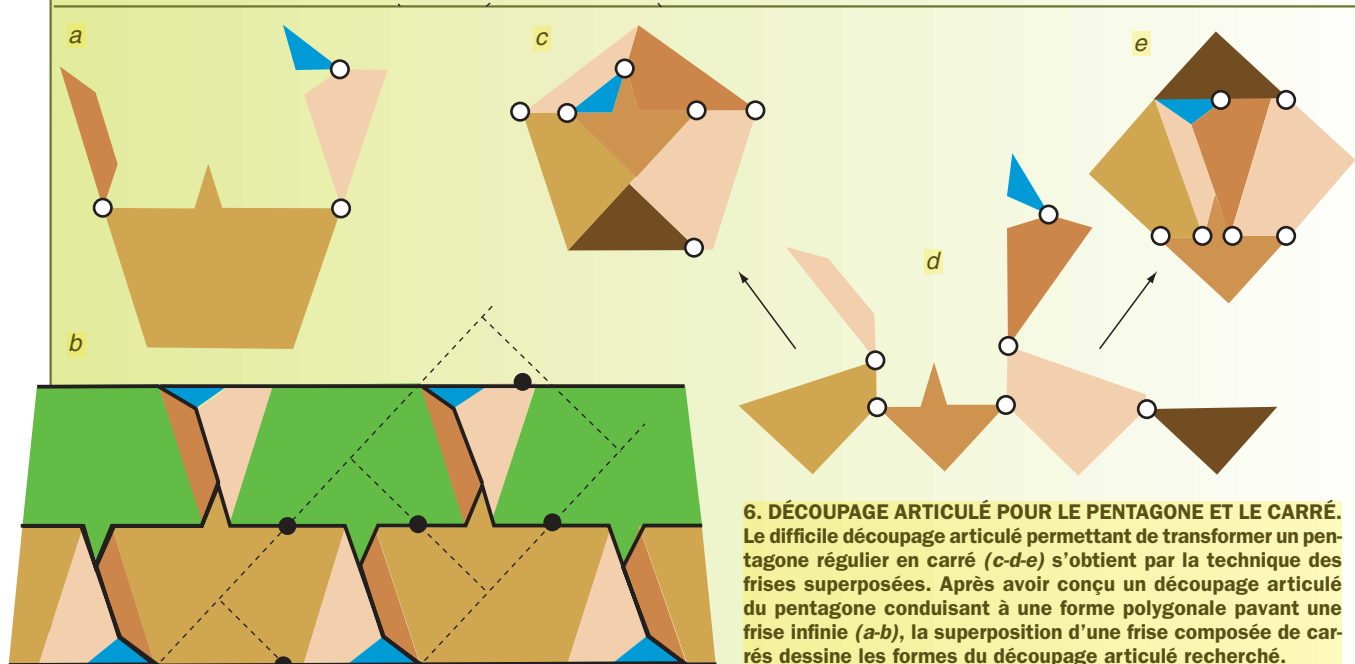
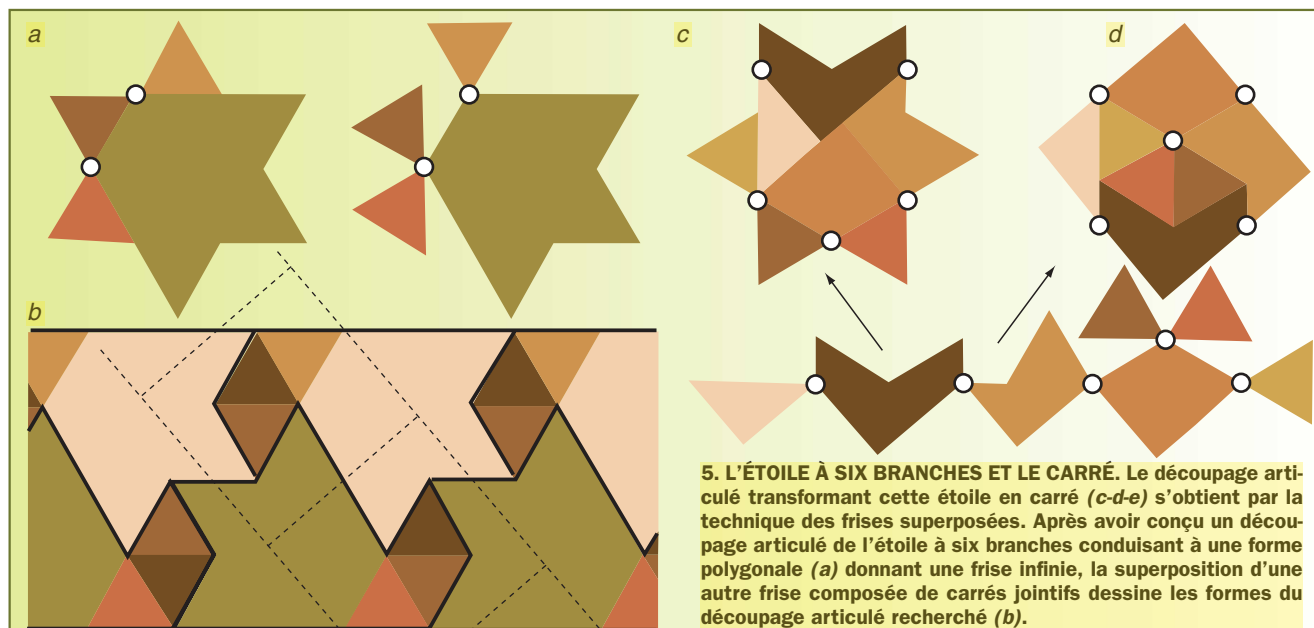
Lorsqu'on regarde un découpage (avec charnières ou non) une question se pose : où passent exactement les droites et quels sont précisément les angles utilisés ? Pour réaliser de grands modèles, vous devrez avoir correctement répondu à ces questions. Si l'ajustement est seulement approximatif, cela signifie que le découpage est faux, car nous sommes ici dans le monde pur des formes géométriques et seuls les découpages qu'on peut agrandir mille fois et qui tombent encore parfaitement nous intéressent. La réponse à la question de la mesure précise des longueurs et des angles et la preuve de la justesse totale des découpages proposés peuvent souvent être obtenues par le simple examen des figures, à la condition d'y inclure le schéma de superposition des réseaux (ou des frises) ayant conduit au découpage.

La preuve de l'exactitude du découpage se réduit donc en général à quelques dessins que l'on comprend sans rien écrire. Nous sommes dans l'un de ces domaines mathématiques où les preuves ne demandent aucun mot, et où celui qui voudrait formaliser les raisonnements risquerait de se compliquer la vie stupidement, car la longue démonstration à laquelle il aboutirait serait à la fois plus compliquée et moins claire, sans être plus persuasive, que l'examen attentif des dessins.

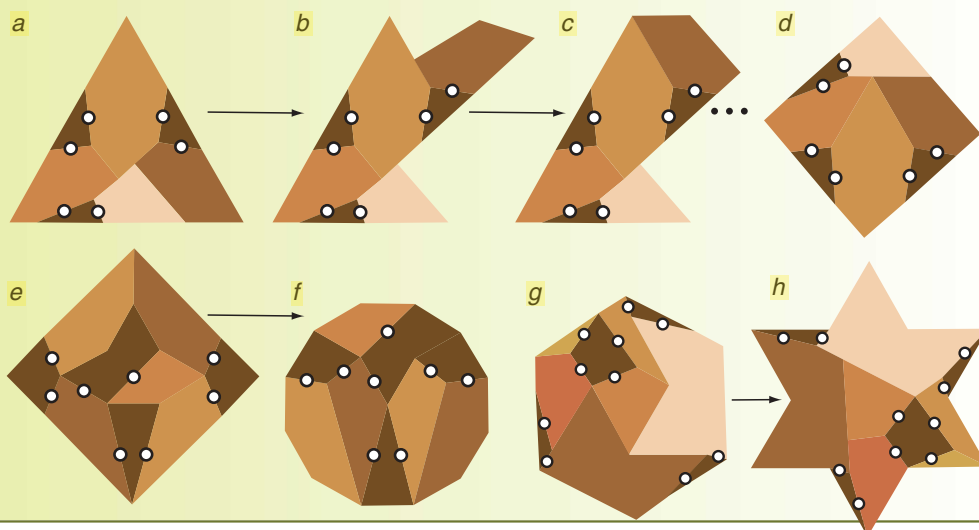
Contrairement à ce qu'on croit parfois en sortant d'un cours de mathématiques, produire de bonnes démonstrations ne consiste pas à décomposer un raisonnement en petits morceaux dont les liens deviennent impossibles à appréhender globalement, mais consiste à produire chez son interlocuteur une conviction totale qu'il pourra transmettre et qui lui donnera le sentiment profond de voir ce qui se passe. La formalisation est certes utile (voire inévitable dans certains domaines), mais il serait stupide lorsque les figures parlent d'elles-mêmes (même s'il faut les regarder longtemps) de procéder autre-

4. DÉCOUPAGE ARTICULÉ TRANSFORMANT UN CARRÉ EN UN OCTOGONE. Un classique découpage du carré en octogone est obtenu par une variante de la technique de superposition de pavages du plan (on pave en associant à chaque pièce un carré de plus petite taille, voir les schémas a-b-c). Hélas, aucun système de charnières ne permet d'articuler ce découpage. Après avoir découpé l'une des quatre pièces en quatre et avoir recollé deux des morceaux du nouveau découpage (d-g), G. Frederickson a obtenu cette chaîne polygonale à double repliement (e-f-g) qui fait passer de l'octogone au carré et inversement.





7. NOUVEAU TYPE DE DÉCOUPAGES étudié par G. Frederickson : les points de contacts entre les pièces sont des pivots situés au milieu des arêtes des éléments du découpage. Les mouvements faits pour passer d'une forme à l'autre sont des retournements successifs d'une pièce relativement à sa voisine (a-b-c). On passe du triangle équilatéral (a) au carré (d) par un découpage à pivots en 7 pièces. On a ainsi représenté le passage du carré au dodécagone (e-f) et de l'hexagone à l'étoile (g-h).



ment que par figures. Regardez attentivement le découpage articulé pour le dodécagone et le carré (*voir la figure 3*), en repérant les segments de mêmes longueurs, en évaluant les angles (dans cet exemple c'est particulièrement facile car tous sont multiples de 15 degrés), et en analysant la figure de superposition des réseaux, vous serez alors certain que le découpage est parfaitement correct et non pas approximatif. Pour cette raison, les livres sur les découpages géométriques ne comportent aucune démonstration longue et pénible, tout y est exclusivement graphique... de la beauté à l'état pur.

NOTES SUR L'ARTICLE DU MOIS D'AOUT

Dans le numéro du mois d'août, nous présentons plusieurs conjectures concernant les jeux de *Ping* et *Pong*. L'une d'elles a été démontrée par plusieurs lecteurs (Daniel Delay, Jean-Marie Droz, Claude Frasnay, André Lamotte, Frédéric Meunier, Charles Payan) : tout échiquier possède soit une solution pour le jeu de *Ping*, soit une solution pour le jeu de *Pong*. On savait que pour chaque échiquier au plus l'un des deux jeux possédait une solution, on sait donc maintenant qu'à chaque fois l'un au moins des deux jeux en possède une. Des généralisations et de nouvelles propriétés ont aussi été communiquées à Nicolas Vaillant qui poursuit donc l'étude du jeu. Achim Clausen, de l'Université de Münster, nous a aussi fait parvenir un article paru en allemand l'année dernière sur le jeu de *Ping* dans lequel il présentait le principe de *Ping-Pong* (sous un autre nom bien sûr). Ce principe a donc été découvert simultanément et indépendamment par Nicolas Vaillant et Achim Clausen. Merci à tous les lecteurs qui nous ont communiqué leurs idées et qui contribuent à faire avancer la compréhension des jeux de *Ping* et *Pong*.

J.-P. DELAHAYE, *Les découpages artistiques, Pour la Science*, n° 257, pp.100-105, 1999.

G. FREDERICKSON, *Découpages : Plane and Fancy*, Cam. University Press, 1997.

G. FREDERICKSON, *Geometric Découpages Now Swing and Twist*, in *The Mathematical Intelligencer*, vol. 23, n° 3, pp.9-19, 2001.

G. FREDERICKSON, *Hinged Découpages : Swinging and Twisting*, Cam. Univ. Press, 2002

H. LINDGREN, *Recreational Problems in Geometric Découpages and How to Solve Them*, Dover Publications, New York, 1972.

I. STEWART, *Découpages et métamorphoses, Pour La Science*, pp. 96-97, janvier 1998.

République Française L'État et la Région d'Ile-de-France lancent un appel unique et exceptionnel à candidatures pour **2 Bourses Jeune Chercheur** **«Blaise Pascal»** de **75 000 Euros TTC** chacune

- Chaque bourse permettra à un **chercheur confirmé de moins de 40 ans, français ou étranger**, de toutes disciplines, de réaliser un projet novateur pour la recherche.
- Les candidats devront proposer un **projet de recherche interdisciplinaire** mené, en France ou à l'étranger, en liaison étroite avec un ou plusieurs laboratoires franciliens.
- Un jury, composé des lauréats des Chaires Internationales de Recherche Blaise Pascal et du Conseil Scientifique des Chaires, sera chargé de choisir les dossiers les plus intéressants.
- Les deux bourses Jeune Chercheur «Blaise Pascal» seront décernées lors du colloque qui réunira les titulaires des Chaires Internationales de Recherche Blaise Pascal les 14, 15 et 16 mai 2003 à Paris sur le thème de «la mobilité dans la recherche».

Dépôt des dossiers : avant le 15 février 2003

Dossiers de candidature disponibles à l'adresse suivante :
Fondation de l'Ecole Normale Supérieure
45 rue d'Ulm - 75005 PARIS

Renseignements :

Tél. : 33 (0) 1 44 32 35 81/39 13

Fax : 33 (0) 1 44 32 31 83

E-mail : fondation@ens.fr

www.chaires-blaise-pascal.org