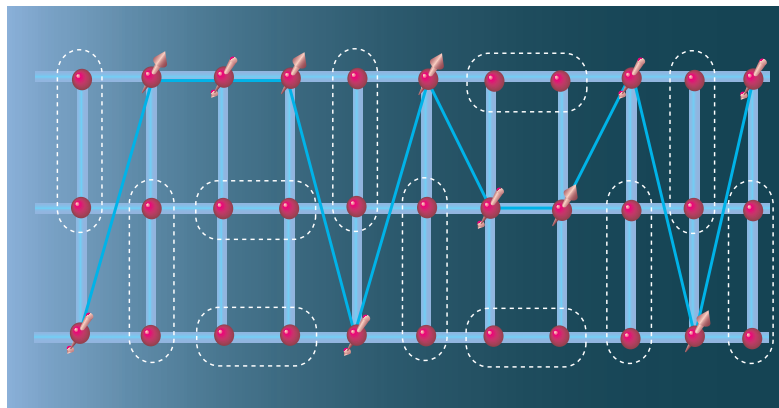


Bien sûr, il existe une interaction directe, d'origine magnétique et identique à l'interaction de deux aimants, mais elle n'est pas, et de loin, la plus importante. L'interaction la plus forte est d'origine purement quantique : on la nomme interaction de superéchange. En effet, la mécanique quantique permet aux particules d'explorer des états qui seraient interdits en mécanique classique, car l'accession à ces états coûte une quantité d'énergie dont les particules ne disposent pas. En mécanique quantique, un système peut toutefois « emprunter » au vide une quantité d'énergie ΔE à condition de le faire pendant un temps très court ΔT , tel que le produit de ΔE par ΔT soit égal à la constante de Planck réduite $\hbar$ (c'est le principe d'indétermination de Heisenberg). Les électrons peuvent donc faire des « sauts virtuels » chez leurs voisins, puis revenir sur leur site. En se délocalisant de la sorte, les électrons abaissent leur énergie (d'ailleurs, sans les interactions répulsives, ils s'étaleraient sur tous les sites possibles). Ce phénomène est un peu comparable à la formation d'une liaison chimique, lorsque la délocalisation des électrons mis en commun par deux atomes abaisse leur énergie totale. Dans le cas qui nous occupe, à cause du principe de Pauli, on ne peut pas mettre deux électrons dans le même état de spin au même endroit et, par conséquent, l'abaissement de l'énergie grâce aux sauts virtuels n'est possible que si le spin d'un électron est opposé à celui de ses voisins. Il en résulte une interaction effective dite de superéchange (découverte par le prix Nobel Philip Anderson), bien plus intense que l'interaction magnétique et qui tend à aligner dans la même direction, mais en sens contraire le spin de deux électrons voisins.

À quel état cela nous conduit-il ? Plusieurs solutions sont possibles. Dans les systèmes tridimensionnels, la présence de cette interaction gèle le moment magnétique de chaque électron dans une direction précise. Le système devient ce que l'on nomme un antiferromagnétique. On peut considérer les antiferromagnétiques comme étant constitués de deux sous-réseaux d'aimantations opposées imbriqués de sorte que le système ne présente pas d'aimantation globale (toutefois l'aimantation de chaque sous-réseau peut être mise en évidence par diverses méthodes, telle la diffraction des neutrons). Notons au passage que, bien que l'électron soit une particule quantique, l'antiferromagnétisme admet une description purement classique due au prix Nobel français Louis Néel. De façon générale, on peut considérer un système antiferromagnétique comme un « solide » de spins où chaque spin a une orientation bien précise. Un tel système possède une susceptibilité magnétique non nulle (c'est-à-dire qu'il acquiert une certaine aimantation en présence d'un champ magnétique).

Que se passe-t-il dans un système unidimensionnel ? À cause du théorème de D. Mermin et H. Wagner que nous avons cité, l'état de Néel ordonné à longue distance ne peut pas exister : le système de spins n'admet, en fait, aucune description classique. La fonction d'onde de l'état fondamental du système de spins unidimensionnel a été obtenue, dès 1931, par Hans Bethe, mais elle est tellement compliquée que l'état du système de spin correspondant n'a pu être élucidé qu'après les travaux de V. Emery, A. Luther et D. Haldane dans les années 1970 et 1980. Il s'avère que la chaîne de spins possède un « quasi-ordre » à longue portée et forme une sorte de liquide de Luttinger de spins (ce qui montre la surprenante universalité du liquide de Luttinger dans les systèmes à une dimension).



6. UNE ÉCHELLE À UN NOMBRE IMPAIR DE MONTANTS. Dans une telle échelle, lors de l'appariement des spins en états singulets, il reste un spin libre sur chaque colonne et le système est alors équivalent à une chaîne (en bleu) de spins antiparallèles qui possède un quasi-ordre antiferromagnétique.

Dans une échelle, état intermédiaire entre les systèmes à une et à deux dimensions, la physique obtenue est encore différente. Considérons tout d'abord un système de deux spins couplés. Il existe deux configurations antiparallèles possibles de ces spins (voir la figure 4) qui sont mélangées par l'interaction d'échange. La configuration de plus basse énergie est une superposition quantique de ces deux états et le système résonne entre les deux configurations possibles. Il est impossible de savoir dans quelle direction pointe le spin d'un des deux électrons, mais cette superposition est en permanence telle que les deux moments magnétiques se compensent mutuellement de manière parfaite. Cet état est dénommé singulet, et il est caractérisé par un moment magnétique total nul.

Désordre complet

Lorsque l'on passe de cette « échelle à un barreau » à une véritable échelle quantique, c'est-à-dire lorsque l'on introduit un couplage magnétique dans la direction des montants, chaque paire de spins reste dans l'état singulet. Le système, qui s'apparente à un alignement d'états singulets de moment magnétique nul, est donc dans un état non magnétique. De plus, fait remarquable, il n'existe ni ordre ni quasi-ordre à longue portée : les spins à l'intérieur de deux états singulets différents ne s'influencent pas, les paires de spins couplés évoluent de façon totalement indépendante. L'échelle de spin a donc une manière radicalement différente de satisfaire les contraintes imposées par le théorème de Mermin-Wagner : au lieu de s'ordonner le plus possible comme la chaîne, l'échelle à deux montants se désordonne complètement.

Les états excités de l'échelle à deux montants sont obtenus en alignant parallèlement des spins sur un même barreau : on parle d'un état triplet. Former un état triplet, c'est-à-dire une paire de singulets dont les spins d'un même barreau évoluent parallèlement, coûte une énergie finie, nommée le seuil, ou « gap », de l'échelle. Ces triplets – qui sont des bosons – forment les excitations élémentaires de l'échelle et, telles les quasi-particules dans les conducteurs ordinaires, se comportent comme un gaz de particules dilué, la principale différence réside ici dans le fait que ces quasi-particules interagissant faiblement sont, cette fois, des bosons. Ce gaz de bosons est susceptible d'acquérir une

aimantation lorsqu'on lui applique un champ magnétique. Ainsi, ces matériaux ont une certaine susceptibilité au-dessus du seuil d'énergie de l'échelle, susceptibilité qui tombe à zéro au-dessous de ce seuil, car alors les spins se verrouillent deux à deux en états singulets et le système n'a aucune réponse magnétique.

La parité des montants

Que se passe-t-il lorsque le nombre de montants de l'échelle devient supérieur à deux ? De façon surprenante, le résultat ne dépend que de la parité du nombre de montants. Dans le cas d'un nombre pair, tout se passe comme dans l'échelle à deux montants que nous venons de décrire. En revanche, si le nombre de montants est impair, il reste toujours un spin non apparié par colonne (voir la figure 6). L'état de plus basse énergie est comparable à celui d'un spin unique et l'échelle se comporte comme une chaîne (en zig zag) de spins quantiques qui possède une réponse magnétique, même à très basse température (il n'existe pas de seuil au-dessous duquel la susceptibilité magnétique s'annule).

En fait, pour les échelles à nombre pair de montants, la physique est légèrement plus complexe que la description que nous en avons donnée ci-dessus. Les spins se verrouillent bien en singulets, mais plusieurs choix d'appariement sont possibles pour former le singulet (deux spins voisins sur un même barreau ou sur un même montant). Dès lors, la mécanique quantique nous dit que les appariements vont résonner entre des états différents (l'état de plus basse énergie sera une superposition des différents modes d'appariement). On parle d'état RVB (*Resonating Valence Bond*). Contrairement à un antiferromagnétique où chaque électron a son spin pointant dans une direction précise, dans le cas présent le spin de chaque électron résonne. On peut donc voir l'état magnétique de l'échelle comme un « liquide » de spin où l'état de chaque point dans le matériau change constamment au cours du temps. Un tel état liquide de spin est radicalement nouveau et une controverse a existé pour savoir si, dans un système à deux dimensions, des spins placés sur un réseau carré pouvaient posséder un état liquide de spin (une question importante pour la théorie de la supraconductivité à haute température). Cette controverse est maintenant résolue : l'état fondamental du système de spins sur un réseau carré en dimension deux est l'état de Néel (le solide de spin). Cependant, il existe des réseaux plus complexes, tels le réseau Kagomé ou le réseau pyrochlore, sur lesquels un liquide de spin bidimensionnel, peut en principe exister. Cette question fait l'objet de recherches actives en particulier à cause de l'intérêt qu'elle présente pour des systèmes comme CaV_4O_9 .

Les propriétés des échelles à deux montants offrent l'opportunité d'étudier un autre phénomène physique important. En appliquant un champ magnétique, il est possible d'abaisser l'énergie des triplets au-dessous de celle de l'état singulet ! Les triplets étant des bosons, il devient possible d'obtenir leur condensation de Bose. En réalité, toujours à cause du théorème de Mermin-Wagner, on n'obtient pas un véritable condensat, mais plutôt un liquide de Luttinger de triplets.

Ce changement de comportement collectif s'apparente à une transition de phase dans un système classique. La différence est ici que la transition de phase n'est plus

contrôlée par un changement de température, mais par un changement d'un des paramètres du système (en l'occurrence le champ magnétique ambiant) et peut donc se produire même au zéro absolu. Le rôle qui, dans une transition de phase classique est joué par l'agitation thermique (qui, rappelons-le, a disparu au zéro absolu) est joué ici par les fluctuations quantiques. On parle de phénomène critique quantique. Ces phénomènes critiques quantiques sont importants pour de nombreux matériaux. Ils ont été proposés comme origine possible de la supraconductivité dans les alliages « fermions lourds » ou dans les supraconducteurs à haute température. Cependant, cette question reste ouverte tant du point de vue théorique que du point de vue expérimental.

Les échelles dopées

Jusqu'ici nous avons considéré des composés à un électron par site, et qui, par conséquent, sont des isolants (de Mott) du fait des interactions coulombiennes. Supposons maintenant qu'en changeant la composition chimique du matériau, on puisse extraire certains électrons de l'échelle, ces électrons étant capturés par des atomes situés dans une autre partie du matériau. C'est ce qui se passe, par exemple, dans le composé strontium, calcium, oxyde de cuivre de formule $\text{Sr}_2\text{Ca}_{12}\text{Cu}_{24}\text{O}_{41}$ (voir la figure 1). On obtient alors une échelle dopée, où certains sites sont vides (on dit que l'on a injecté des trous dans l'échelle). Contrairement au cas de l'isolant de Mott, la présence de trous rend la conduction électrique à nouveau possible, le trou pouvant sauter d'un site au site voisin comme dans un jeu de taquin. Toutefois, ils empêchent la formation des singulets de spin, coûtant de ce fait de l'énergie. De plus, deux trous éloignés cassent deux singulets et coûtent plus d'énergie que deux trous voisins (voir la figure 5). Il devient alors préférable de positionner deux trous sur le même barreau pour ne casser qu'un seul singulet. Autrement dit, il existe une attraction entre les trous... et ceci alors même que toutes les particules considérées ont la même charge et que leurs interactions sont, au départ, purement, répulsives !

L'existence d'une telle attraction entre trous a des conséquences spectaculaires, signalées par Maurice Rice, de l'Institut fédéral de technologie de Zurich. Depuis la théorie de John Bardeen, Leon Cooper et Robert Schrieffer, les physiciens savent qu'une attraction entre les électrons d'un solide conduit à la formation de paires d'électrons. Ces paires d'électrons – dites de Cooper – sont des bosons et sont susceptibles de se condenser en donnant lieu à un état superfluide qui produit la supraconductivité, c'est-à-dire le transport de courant sans résistance dans le matériau. Dans les solides usuels, l'attraction est due au couplage des électrons avec les vibrations du réseau et provient, *in fine*, de l'attraction entre les électrons et les ions positifs du réseau cristallin. Au contraire, dans une échelle, une attraction effective se manifeste directement qui n'implique que les électrons, et n'a pas recours aux vibrations du réseau. Or, les énergies des interactions entre électrons sont bien plus élevées que celles des vibrations des ions, et, par conséquent, on conçoit facilement que l'attraction entre trous dans une échelle sera beaucoup plus forte que celle qui est provoquée par l'interaction avec les ions du réseau : ainsi, cette nouvelle