

S. Lloyd, s'interrogeant sur un modèle plus raisonnable d'ordinateur d'un kilogramme et d'un volume d'un litre, évoque l'idée d'un stockage, aux températures habituelles, à raison d'un bit par atome (ce qui ne semble pas totalement absurde, car nos technologies permettent déjà de manipuler des atomes un par un) : cela conduirait à une mémoire de 10^{25} bits. Cette mémoire – si l'on se limite à des interactions électromagnétiques entre électrons et atomes – pourrait alimenter un calcul à la vitesse d'environ 10^{40} opérations binaires par seconde, le tout constituant ce qu'on pourrait nommer « l'ordinateur ultime froid ». Pour atteindre les capacités de cette machine, en comptant toujours un ordre de grandeur tous les 5 ans, il ne faudra que 60 ans pour la mémoire et 130 ans pour la vitesse.

Bien sûr, en cours de route des obstacles de toutes sortes seront à surmonter et les chiffres donnés sur ces ordinateurs extrêmes sont uniquement indicatifs de ce qu'on ne pourra pas dépasser quelles que soient les technologies mises en œuvre, y compris si les projets d'ordinateurs quantiques, optiques ou moléculaires aboutissent.

LA CAPACITÉ DE L'UNIVERS

Poursuivant son exploration des limites physiques du calcul et du stockage S. Lloyd, dans un article publié il y a quelques mois, se pose la question grandiose : en considérant que l'univers dans sa totalité mène des calculs, quelle est sa mémoire et combien de calculs a-t-il effectués depuis l'origine des temps, le Big Bang ? Ou ce qui revient au même, pour calculer tout ce qui s'est produit depuis le début du temps, combien faudrait-il d'opérations binaires ?

Pour mener cette évaluation, quelques hypothèses sont nécessaires : nous admettons que le modèle standard du Big Bang est correct. Dans ce modèle, l'âge de l'univers est d'environ 10^{10} ans. L'univers, selon la densité moyenne de la matière, est ouvert (infini en volume et en expansion indéfinie jusqu'à la fin des temps) ou fermé (fini en volume et finissant à terme par se contracter en un instant nommé le Big Crunch qui marque la fin de tout). Même si l'univers est ouvert, nous n'avons accès qu'à une partie finie de l'univers, le reste étant définitivement déconnecté de nous. L'ordinateur géant auquel s'est intéressé S. Lloyd est donc, soit l'univers entier – si l'univers est fermé (et donc fini) –, soit l'ensemble de ce

5. LA SIMULATION D'UN SYSTÈME PAR LUI-MÊME

Les poupées russes emboîtées illustrent les simulations de l'univers dans l'univers lui-même. S. Lloyd a évalué que l'univers depuis le Big bang a effectué un calcul d'environ 10^{120} opérations impliquant au maximum 10^{120} bits de mémoire. La quantité de calculs nécessaire pour simuler l'univers jusqu'à un instant donné est donc finie et une simulation parfaite de l'univers jusqu'à cet instant est envisageable (en théorie) si l'on dispose d'un ordinateur assez puissant. Selon les caractéristiques de l'évolution cosmologique de l'univers – sur lesquelles les spécialistes discutent encore – il est possible ou non de mener un calcul infini dans l'univers futur. Si un tel calcul infini est possible, on peut imaginer utiliser cette capacité pour simuler parfaitement et dans sa totalité l'univers lui-même à partir du Big Bang : les premiers instants demanderaient peut-être des milliards

d'années de calcul, mais chaque instant (avec un décalage de plus en plus grand) serait en définitive simulé. Une telle situation évoque aussi les figures fractales dont certaines parties sont identiques au tout à une échelle réduite, sauf qu'ici l'infini permet à l'univers de posséder une partie qui le reproduit entièrement à l'échelle 1.

L'éventualité d'une simulation parfaite de l'univers en lui-même donne lieu à toutes sortes de situations étranges : lors de la simulation, votre vie sera simulée et donc, en quelque sorte, vous revivrez. Mais dans la simulation, la simulation sera elle aussi simulée et vous revivrez encore au sein de cette simulation dans la simulation. Etc. Au total votre vie se déroulera donc une infinité de fois !



qui se trouve dans la partie accessible de l'univers – si l'univers est ouvert.

Là encore, la mécanique quantique est considérée comme la théorie rendant correctement compte du monde physique et c'est elle qui fixe les caractéristiques de l'univers. Le résultat des calculs de S. Lloyd est que, depuis le Big Bang, cet ordinateur global a effectué un calcul équivalent à environ 10^{120} opérations binaires, et qu'il dispose d'une mémoire de 10^{120} bits (seulement 10^{90} si on se limite aux degrés de liberté contenus dans la matière et l'énergie sans prendre en compte la gravitation). Ces nombres s'expriment uniquement en fonction de l'âge de l'univers (10^{10} ans), et des constantes fondamentales c , h , G . (c est la vitesse de la lumière ; h est la constante de Planck, voir plus haut ; G est la constante de gravitation qui vaut $6,673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg}\cdot\text{s}^2$).

Pour obtenir des relations simples on introduit le temps de Planck t_p qui est une durée au-dessous de laquelle plus rien n'a de sens physique : $t_p = (Gh / c^5)^{1/2} = 5,391 \cdot 10^{-44}$ seconde. Les limites de l'univers vu comme un ordinateur sont alors :
 – Le nombre d'opérations binaires depuis le Big Bang, $(t / t_p)^2$ est égal à 10^{120} .
 – La mémoire, sans la gravitation, $(t / t_p)^{3/4}$, est égale à 10^{90} .
 – La mémoire en prenant en compte la gravitation $(t / t_p)^2 = 10^{120}$.

Que signifient ces nombres ? S. Lloyd en propose trois interprétations. (a) Ils fixent des bornes à la quantité de calculs qu'on peut attribuer à toute la matière

depuis son origine lorsque l'on interprète tout mouvement et toute évolution comme une opération binaire de calcul. (b) Ils indiquent la quantité d'opérations et de mémoire requise pour qu'un ordinateur puisse simuler l'univers dans sa totalité depuis le Big Bang jusqu'à aujourd'hui. (c) Si l'on accepte de considérer que l'univers est un ordinateur, ces nombres indiquent la caractéristique du calcul qu'il a réalisé (à la question : « Qu'est-ce que calcule cet ordinateur ? », S. Lloyd propose de répondre : la dynamique de l'univers).

L'UTILITÉ DES MATHÉMATIQUES

De tels résultats, s'ils sont confirmés, démontrent d'une manière irréfutable l'utilité du raisonnement mathématique. En effet, imaginons qu'on cherche à prouver que le nombre $n = 2^{1279} - 1$, qui possède 386 chiffres, est un nombre premier (cela peut être utile en cryptographie). Si on utilise la méthode naïve – division de n par tous les entiers de 2 jusqu'à la racine carrée de n en s'assurant de ne jamais trouver un reste nul – alors la taille du calcul dépasse 10^{192} opérations. En effet, il faut faire une division au moins pour chacun des entiers entre 2 et la racine carrée de n , et il y en a plus de 10^{192} . Même si depuis le début des temps l'univers entier s'était consacré uniquement à démontrer que $2^{1279} - 1$ est premier, il n'aurait pas réussi, car sa capacité est limitée à 10^{120} opérations binaires.

6. LA PHYSIQUE N'EST QU'INFORMATION ET CALCUL

John Archibald Wheeler a exprimé sa conception ultime de la physique comme science de l'information et du calcul. Ce manifeste fondateur d'une certaine conception informationnelle de la physique qui depuis 1990 s'est considérablement développée [travaux sur les ordinateurs quantiques, théorie quantique de l'information, assimilation de l'univers à un ordinateur, etc.] exprime l'idée que fondamentalement tout en physique n'est qu'information et calculs.
«Au niveau microscopique, il n'existe plus d'espace, de temps, d'espace-temps continu [...] la

fonction d'onde et la théorie quantique standard ne sont que des idéalizations continues qui masquent la nature informationnelle et discrète des expériences dont tout provient [...] Rien en physique n'est plus important que les phénomènes quantiques élémentaires, c'est-à-dire que l'acte fondamental de poser une question physique ayant une réponse OUI ou NON. Dit autrement encore, toute quantité physique, chaque être, tirent son sens ultime des bits ou informations binaires OUI-NON. Une conclusion qu'on peut résumer par IT from BIT [l'être provient du bit].»



Pourtant, depuis le 25 juin 1952, on sait de manière certaine que $2^{1279} - 1$ est un nombre premier et aujourd'hui on connaît des nombres premiers de plusieurs millions de chiffres. Bien sûr, les méthodes pour prouver que ces nombres sont premiers sont bien différentes de la méthode naïve et n'existent que parce que des mathématiciens les ont conçues et ont démontré, par le raisonnement, qu'elles étaient correctes. Ce qui est impossible sans les mathématiques se fait aujourd'hui de manière courante avec elles. Comme nos ressources en calcul sont limitées, raisonner n'est pas un luxe, c'est une nécessité absolue!

L'AVENIR DU CALCUL

Que tout le calcul fait dans le passé soit fini et ait été mené en n'utilisant qu'une quantité limitée de mémoire est une conséquence de la théorie du Big Bang et des principes fondamentaux de la mécanique quantique. En revanche, concernant les calculs qui pourront être faits dans l'avenir tout est plus compliqué et encore sujet à discussion.

De nombreux physiciens, dont Frank Tipler, se sont intéressés à la question fondamentale : à quelles conditions l'univers peut contenir un calcul infini, c'est-à-dire un calcul composé à la fois d'une infinité d'opérations binaires et utilisant un nombre infini de bits? La condition sur le nombre infini de bits est importante, car un calcul infini en nombre d'opérations, mais ne portant que sur un nombre borné de bits, ramène nécessairement à un moment ou à un autre le système (l'ordinateur, l'univers) dans un état antérieur, ce qui – si l'on admet que le déterminisme est valide – produit alors une répétition cyclique de la même série d'événements (l'Éternel retour). Pour que l'univers puisse contenir un authentique calcul infini, il faut que son évolution cosmologique satisfasse des conditions très particulières dont il n'est pas du tout évident qu'elles soient vraies.

Assez paradoxalement, un univers ouvert d'après F. Tipler ne convient pas car son expansion rend impossible l'échange d'informations entre parties

éloignées et donc l'existence d'une mémoire infinie utilisable. Pour F. Tipler, un calcul infini n'est possible que si, au contraire, l'univers est fermé. Cependant ce n'est pas suffisant et il faut de plus que (a) la singularité finale se réduise à un point unique et (b) que la répartition des particules élémentaires possède une certaine forme.

Nous ne discuterons pas de ces questions que les spécialistes de cosmologie étudient encore. Cependant, même si nous ne le savons pas aujourd'hui, il se peut que notre ordinateur-univers poursuive un calcul infini. Avec les théories physiques admises aujourd'hui, si le calcul passé est nécessairement fini, peut-être pas le calcul futur. L'éventualité d'un calcul futur illimité conduit à des spéculations à la frontière de la science où nous allons quand même nous laisser glisser.

Admettons donc que l'univers puisse mener un calcul infini. Il ne fait pas de doute alors qu'il constitue ce que Alan Turing a dénommé un ordinateur universel. Un ordinateur universel est une machine théorique capable, pourvu qu'on adopte le bon codage des données et qu'on la munisse du bon programme, de calculer toute fonction calculable par un ordinateur quel qu'il soit. Contrairement à ce qu'on pourrait penser, les ordinateurs universels ne sont pas rares et, à une réserve près concernant la mémoire qui doit être potentiellement infinie, tout ordinateur vendu actuellement est un ordinateur universel. Si vous fournissez à votre ordinateur portable quand il le demande les compléments de mémoire dont il a besoin (par exemple en utilisant son lecteur de disquettes) alors c'est un ordinateur universel au sens de Turing.

La démonstration que des systèmes très simples sont des ordinateurs universels (le Jeu de la vie de Conway est l'un des plus élémentaires) a établi sans que persiste le moindre doute que le monde physique si son avenir satisfait les conditions permettant une mémoire infinie est un authentique ordinateur universel. Or un ordinateur universel dans un univers autorisant un calcul infini pourrait entreprendre la simulation parfaite de l'univers depuis le Big Bang. Pour cela, il suffirait de le programmer en s'inspirant du principe de dilution dans l'infini : la suite des nombres entiers $1, 2, 3, \dots, n, \dots$ peut être diluée dans une suite infinie de zéros : $0, 0, 0, 0, 0, \dots$. Cette dilution est nécessaire pour qu'une partie de l'univers puisse en simuler la totalité. À cette fin on insère les nombres en les espaçant de plus en plus comme dans : $0, 1, 0, 2, 0, 0, 3, 0, 0, 0, 4, 0, 0, 0, 5, \dots$

De même, en simulant la première nanoseconde de l'univers, ce qui pourrait prendre un temps assez long (par exemple 10^{10} années) si votre ordinateur universel n'est pas très rapide, puis la deuxième nanoseconde en prenant le temps nécessaire (par exemple 10^{20} années, car l'expansion a rendu l'univers plus complexe), puis la troisième nanoseconde en prenant le temps nécessaire (par exemple 10^{30} années) etc. On enclenche un processus de calcul qui à l'intérieur de l'univers engendre une simulation exacte de l'évolution de l'univers. Notons bien que la simulation exacte de la première nanoseconde de l'univers est en théorie possible puisque d'après les calculs de S. Lloyd elle n'a demandé qu'un nombre fini d'opérations binaires et une mémoire finie. De même pour la deuxième seconde, etc. La mécanique quantique en ramenant tout à des quantités finies autorise – en théorie – les simulations exactes de l'univers. Bien sûr, le continu dans cette conception du monde n'est qu'une illusion.

Cette simulation parfaite et totale de l'univers dans lui-même est l'équivalent du paradoxe de la bibliographie proposé par Bertrand Russell : Tristram Shandy a passé deux ans à écrire l'histoire des deux premiers jours de sa