

Les descendants de chaque individu sont placés sur le même nœud du graphe et constituent la seconde génération. Nous supposons, pour faire les calculs, que le nombre total d'individus sur l'ensemble des nœuds du graphe reste constant d'une génération à la suivante, mais cette hypothèse est sans importance, car ce qui importe est la proportion de coopérants et d'agressifs, proportion qui ne dépend pas du nombre total d'individus présents. Le détail des calculs et des règles d'arrondi est donné sur <http://www.lifl.fr/SMAC/>

Envisageons quelques variantes. (a) Contrairement aux règles de notre modèle, les individus pourraient savoir à qui ils ont affaire avant une rencontre et ajuster leurs réactions en conséquence. (b) Des mutations lors du passage d'un individu à ses descendants pourraient se produire aléatoirement. (c) Des erreurs dans la communication au moment des rencontres pourraient être prises en compte. (d) D'autres « caractères » moins tranchés que « coopérant » et « agressif » méritent aussi l'étude. (e) D'autres règles plus complexes pour le calcul du nombre de descendants seraient intéressantes à étudier. Etc. La compréhension du modèle simple est cependant un premier pas indispensable avant de mener des expérimentations fondées sur des versions plus complexes.

La première génération disparaît donc, remplacée par la deuxième. La deuxième génération engage alors à nouveau un cycle d'interactions – chaque individu rencontrant tous ceux du même nœud et tous ceux des nœuds voisins – ce qui détermine, après bilan comptable des interactions, les effectifs d'une troisième génération se substituant à la deuxième, etc.

Les questions sont : qui des agressives ou des coopérantes va l'emporter, de quelle façon et dans quelles circonstances ? Arrive-t-on toujours à une situation stable ? Quelles sont les propriétés de l'équilibre obtenu quand il y a en un ?

Le conflit à deux

Dans un premier exemple (voir la figure 2), deux communautés A et B sont liées (un graphe à deux nœuds A et B attachés), l'une composée d'individus agressifs, l'autre d'individus coopérants. Pensez à deux pays voisins isolés, le premier possédant une culture telle que ses membres sont agressifs et tirent toujours parti des interactions, alors que l'autre inculque à ses membres une vision confiante qui se traduit par une attitude de coopération systématique et indéfectible.

La simulation numérique dans un tel cas montre une évolution inéluctable : la communauté aggressive l'emporte rapidement et détruit l'autre, la « culture aggressive » absorbe la « culture coopérante ». Le monde résultant fonctionne plutôt médiocrement puisque les interactions entre survivants sont toutes de type aggressive contre aggressive, ce qui donne un revenu moyen de 1 point par interaction, alors qu'un équilibre coopératif donne un revenu moyen de 3 points par individu et par rencontre.

L'évolution de ce monde, en l'absence d'autorité régulatrice ou de motivations morales obligeant à faire passer l'intérêt collectif devant l'intérêt personnel, conduit au dépérissement général. L'avidité incontrôlée d'une partie des individus fait disparaître les tempéraments généreux, ce qui finit par nuire à tous et conduit à une société dure et inefficace, théâtre d'une lutte violente continue.

Un deuxième schéma va nous rassurer (voir la figure 3-1). Nous considérons un graphe où trois nœuds A, C1, C2 sont en ligne : A lié à C1, lui-même lié à C2. Le nœud A n'est habité que par des individus agressifs alors que C1 et C2 sont occupés par des individus coopérants. Les membres de C1 sont exploités par ceux de A, mais pas ceux de C2 qui n'ont aucun contact avec ceux de A et sont « protégés » par ceux de C1.

L'évolution se déroule en deux temps : d'abord le nœud A, profitant des individus de C1, prospère. Puis, lorsque les individus de C1 (exploités par ceux de A) ont perdu la moitié de leur effectif, ceux de A en pâtissent. La communauté C2 profite de la situation et au bout de 20 générations, seuls les individus de C2 persistent : les habitants de C2 continuent à tirer de bons revenus moyens de leurs interactions, qui leur permettent de prospérer, alors que des individus de A, isolés, s'entre-déchirent et disparaissent.

Examinons comment d'autres configurations de communautés déterminent le destin de leurs habitants. Pour une configuration en étoile où une communauté centrale est entourée d'une série de communautés n'ayant de lien qu'avec la communauté centrale (voir les figures 3-2 et 3-3), quand la communauté centrale est aggressive (a), elle élimine les communautés coopérantes ; quand la communauté centrale est coopérante (b) et qu'au moins une autre communauté est coopérante sur une branche de l'étoile, alors celle-ci, protégée, s'impose et, à la stabilisation, est bien plus grosse que les autres (qui dans certains cas persistent à l'état d'embryons).

Grappe aléatoire

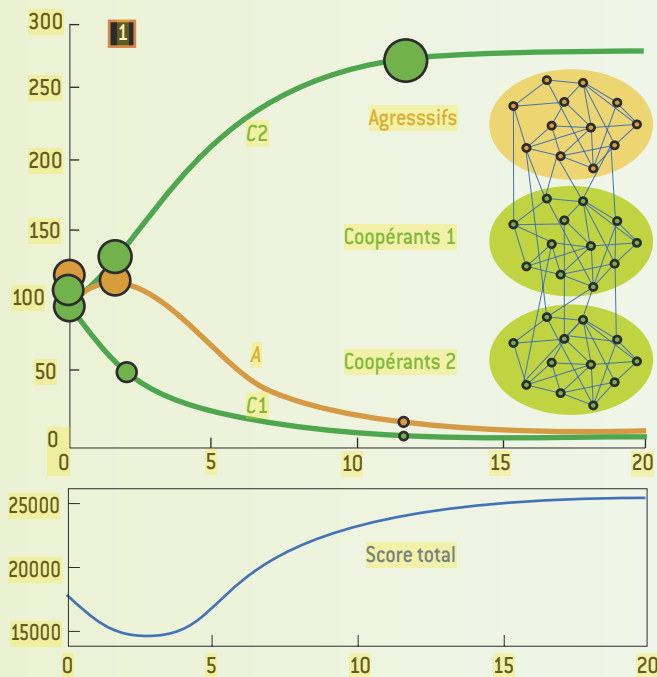
Le monde n'est cependant jamais structuré d'une manière aussi régulière ; aussi avons-nous étudié ce qui se passe lorsque l'on part d'un graphe aléatoire et qu'on place au hasard sur ses nœuds des communautés agressives ou coopérantes.

La figure 3-4 présente l'exemple d'un graphe aléatoire de dix nœuds et son évolution. Chaque nœud est occupé au départ soit par une communauté de 100 individus coopérants (en vert), soit par 100 individus agressifs (en orange). Au total, 1 000 individus sont répartis en 5 communautés coopérantes et 5 communautés agressives.

Les individus agressifs tirent peu de points de leurs interactions internes ; en revanche, ils obtiennent de nombreux points de leurs voisins coopérants qu'ils exploitent de manière éhontée. À la deuxième génération les effectifs des communautés coopérantes ont diminué. Au bout de sept générations, il ne reste plus aucun individu coopérant, certaines communautés agressives qui ont mieux profité de leurs voisins sont plus grosses et le resteront puisque tout est stabilisé. Encore une fois, le monde a évolué vers un système de guerre généralisée entre des individus qui tous se combattent sans merci.

La figure 3-5 montre que l'évolution précédente n'est pas inéluctable. Cette fois, ce sont les coopérants qui l'emportent. Comme dans le cas de l'alignement de trois communautés ou de certaines étoiles, l'existence d'une communauté coopérante isolée, et donc protégée, détermine la quasi-disparition de toutes les communautés agressives. Pour comprendre ces évolutions, d'autres expérimentations étaient nécessaires.

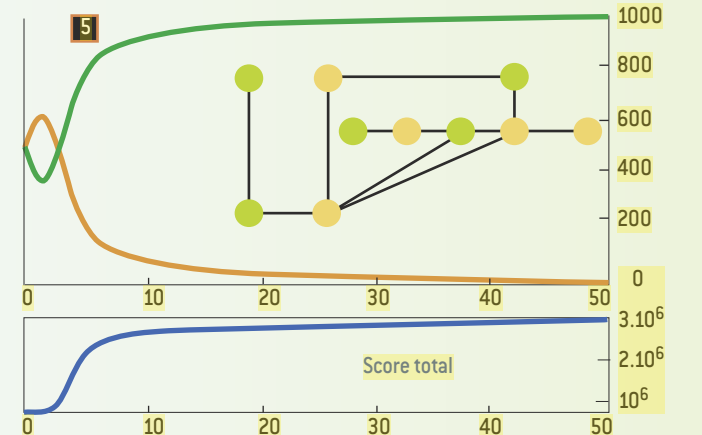
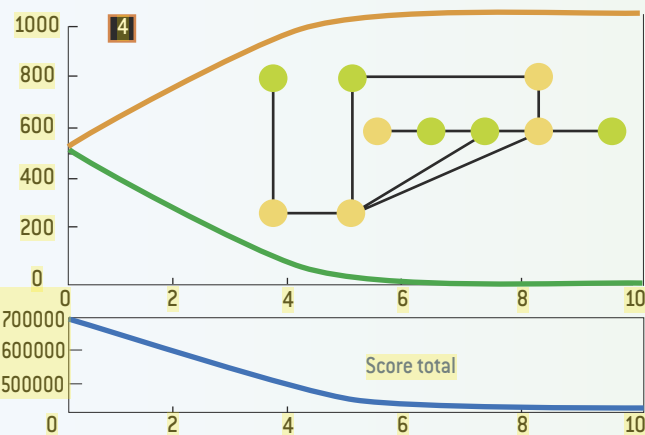
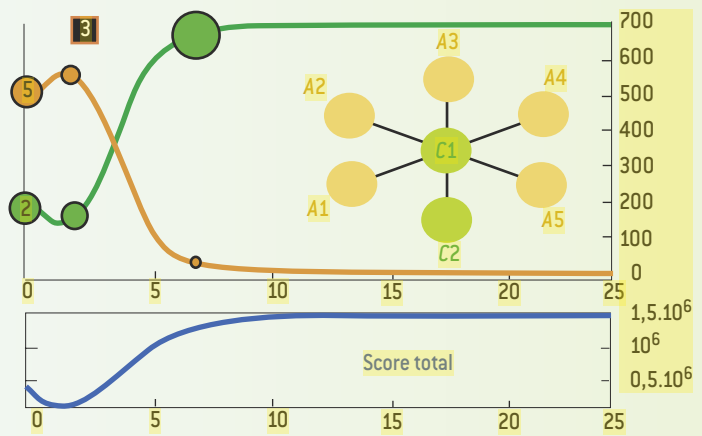
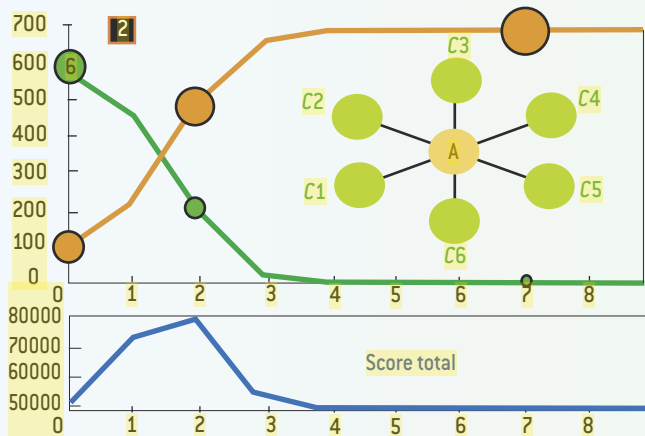
3. Les communautés coopératives font écran



On considère un graphe à trois nœuds A , $C1$ et $C2$. Le nœud A est habité par 100 individus agressifs, $C1$ et $C2$ sont occupés chacun par 100 individus coopérants. Les règles d'évolution sont les mêmes que sur la figure 2. Dans un premier temps, les individus de $C1$ sont exploités par ceux de A et leur effectif décroît, alors que le nombre de $C2$ augmente. Lorsque les $C1$ exploités sont moins nombreux, les gains de A en population diminuent et son effectif baisse. Le nœud $C2$ grâce aux bons rapports internes de ses membres poursuit sa progression finissant par s'imposer presque totalement puisque les A s'entre-déchirent et en paient les conséquences. À la fin, ne restent quelques individus sur A et $C1$, et le nœud $C2$ domine.

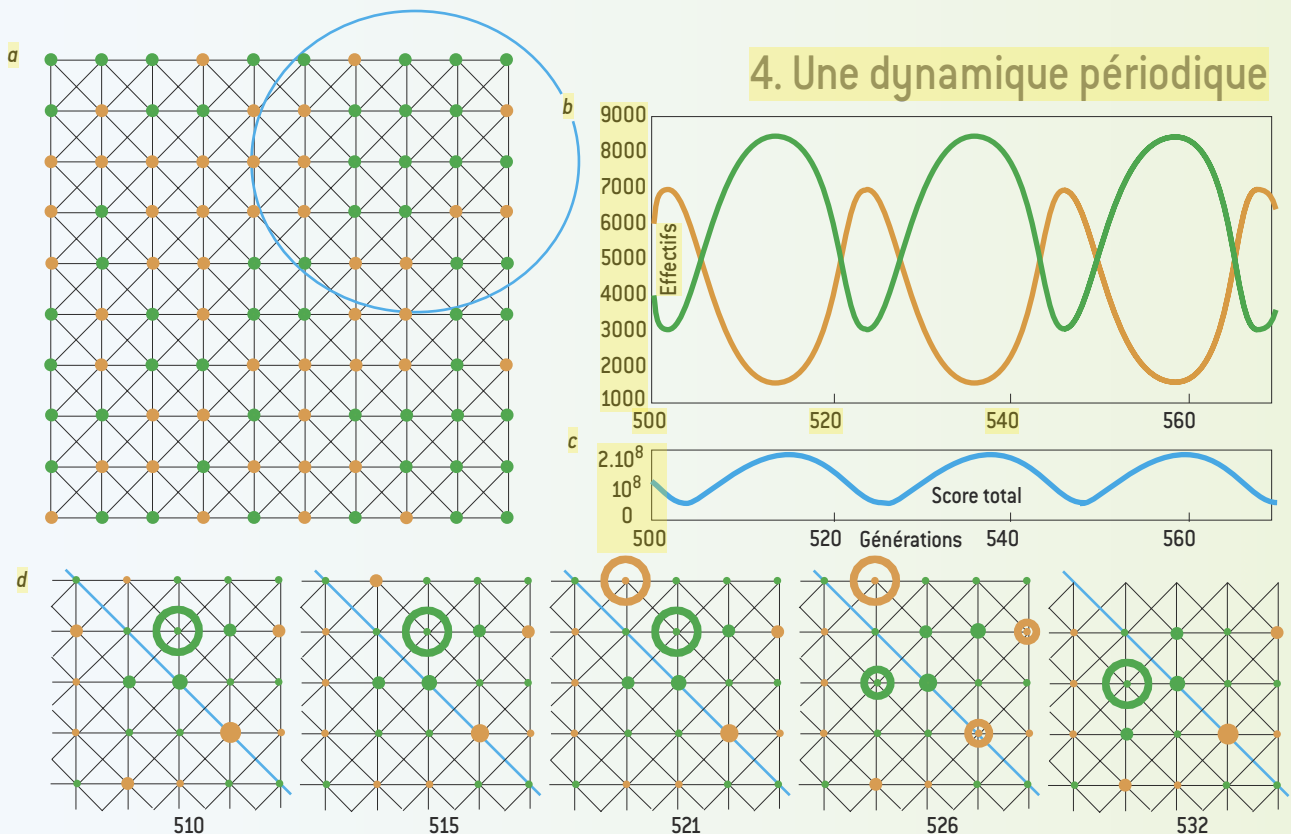
La courbe des scores montre que lors de la première phase, le total des gains (qu'on peut voir comme une mesure de l'efficacité globale du réseau des communautés) baisse, mais qu'ensuite il remonte pour arriver un peu en dessous de ce qu'obtiendrait une communauté de 300 individus coopérants placés sur $C2$.

Si les effectifs des communautés étaient mesurés par des nombres réels, le nœud $C2$ atteindrait asymptotiquement un effectif de 300, et les deux autres se videraient entièrement. Avec le système d'arrondi utilisé ici (pour que chaque communauté ait des effectifs entiers), l'évolution s'arrête quand on atteint 12 individus en A , 10 en B .



Occuper la position centrale est déterminant dans les réseaux en étoile. Quand une communauté agressive occupe le centre, elle détruit les autres (2). Quand une communauté coopérante est au centre et qu'au moins une autre se trouve sur une branche (3), celle-ci pros-

père et domine. Lors de la stabilisation de trois communautés, les coopérants prennent le dessus. On a représenté dix communautés, cinq agressives, cinq coopératives à des emplacements aléatoires. La nature de l'équilibre (4 et 5) dépend de la géométrie.



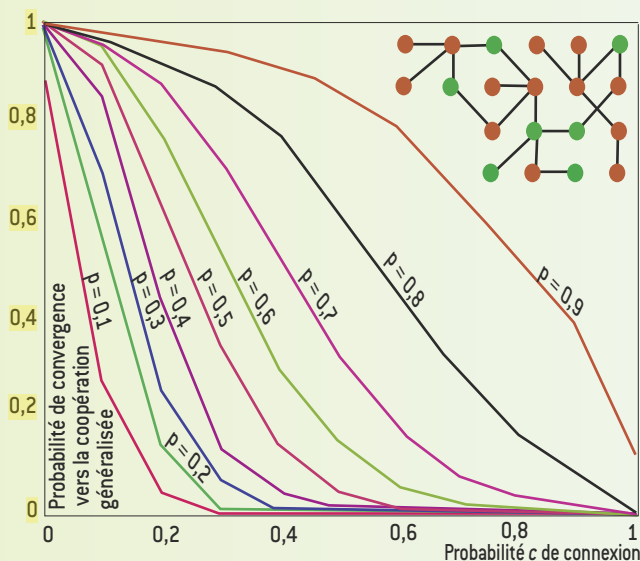
4. Une dynamique périodique

La convergence n'a pas systématiquement lieu vers un état général de coopération ou d'agressivité : dans certaines évolutions les deux types de communautés coexistent. Un autre type de situation se produit parfois : l'évolution vers un état à évolution périodique. Un exemple est décrit ici avec une grille 10×10 , initialisée comme indiqué en (a). Nous obtenons, après 510 générations, une situation périodique dont la période semble de 22 étapes. Le total des individus coopérants oscille sur 22 générations (b) comme celui, complémentaire, des individus agressifs. Une variation des gains totaux en résulte, elle aussi périodique sur 22 générations.

La partie du graphe où se produit l'oscillation (entourée sur le schéma a) est le théâtre d'un subtil phénomène de battement. Au bout de 22 étapes, la situation n'est pas reproduite exactement, mais symétriquement par rapport à une droite oblique (en bleu). Il faut donc, en réalité, 44 étapes pour revenir à la situation de départ. On remarque

que le sous-graphe des communautés non vides qui donnent le cycle possède une structure particulière : chaque communauté coopérante est en contact avec plusieurs communautés coopérantes, mais n'est en contact qu'avec une seule communauté agressive. De plus, chaque communauté agressive n'a qu'un seul contact, bien sûr avec une communauté coopérante qu'elle exploite.

Pendant la première moitié de la période, le deuxième nœud de la première ligne grossit au détriment du gros nœud vert de la génération 510. Celui-ci disparaît presque, ce qui fait fondre le gros nœud rouge. Le groupe central des trois communautés vertes bénéficie alors d'une certaine tranquillité amenant l'expansion d'un nouveau gros nœud vert (symétrique du précédent). Tous les autres nœuds ont évolué symétriquement conduisant à une génération 532 parfaitement symétrique de la génération 510 par rapport à la droite bleue. Cette configuration ramènera, 22 étapes plus loin, au schéma de la génération 510.



5. Résultats des graphes aléatoires

Nous engendrons des graphes aléatoires de 20 nœuds. Pour cela nous plaçons sur chaque nœud une communauté coopérante ou agressive en tirant au hasard : on place une communauté coopérante avec une probabilité p ou une communauté agressive avec une probabilité complémentaire $1 - p$. Les liens entre nœuds du graphe sont aussi choisis au hasard : deux nœuds sont connectés avec une probabilité c : si c est petit, la connectivité du graphe est faible, si c est grand, le graphe comporte de nombreux liens. Nous mesurons alors la probabilité d'évoluer vers un état de coopération généralisée.

Pour une valeur de p (indiquée sur les courbes), plus la connectivité c est grande, plus faible est la probabilité que le graphe évolue vers un état de coopération généralisée. Lorsque p augmente, la probabilité d'évoluer vers un état de coopération généralisée augmente (d'où la succession de courbes de plus en plus hautes).