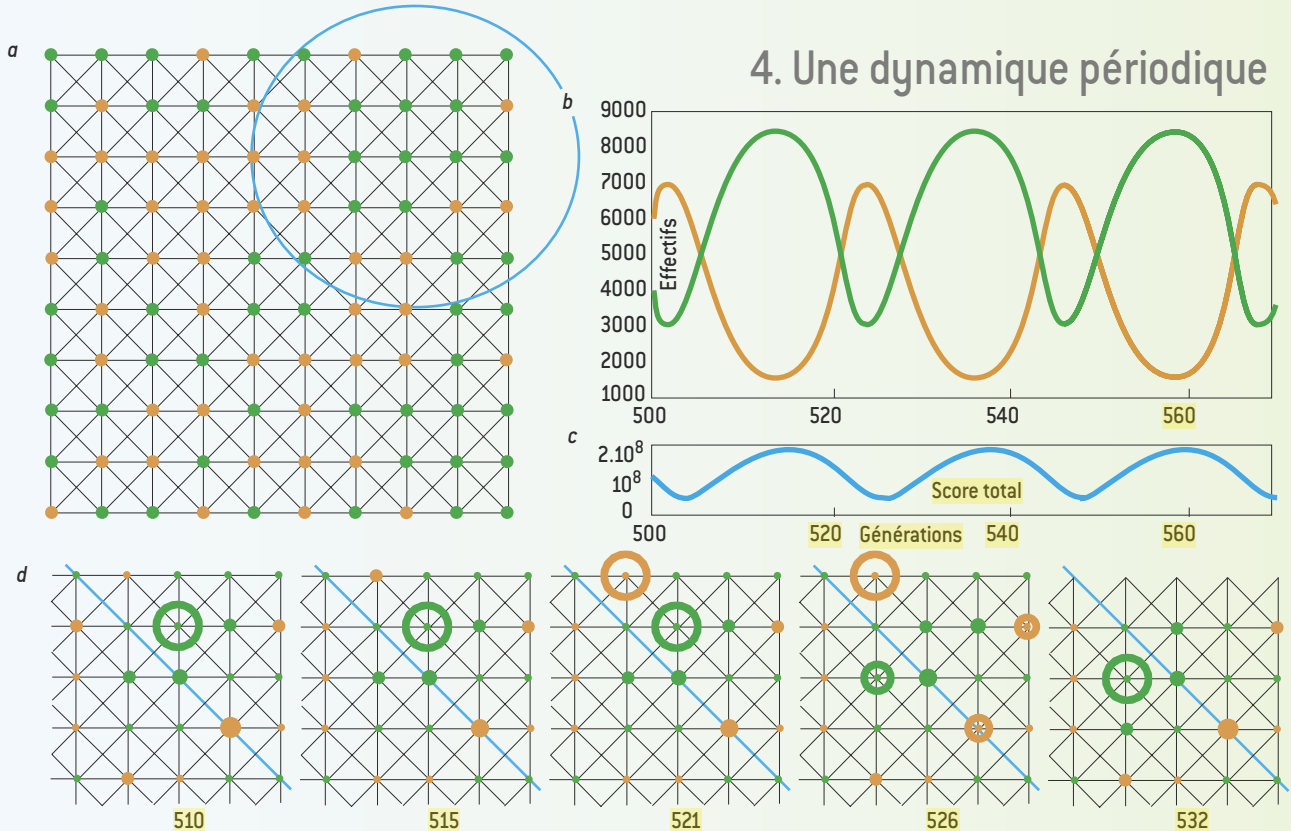


## 4. Une dynamique périodique

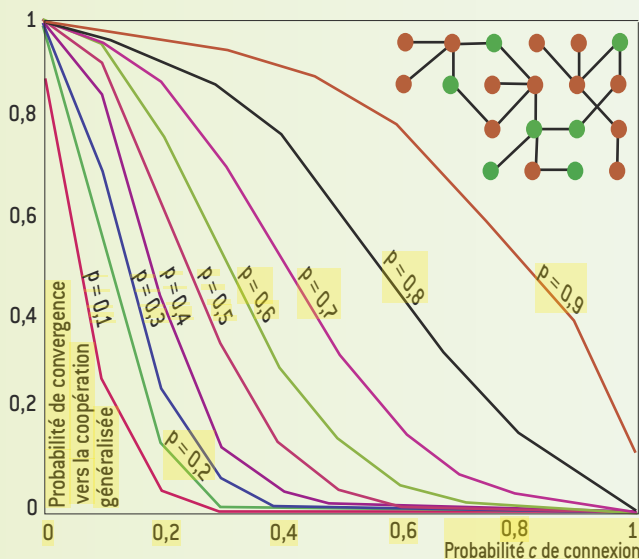


La convergence n'a pas systématiquement lieu vers un état général de coopération ou d'agressivité : dans certaines évolutions les deux types de communautés coexistent. Un autre type de situation se produit parfois : l'évolution vers un état à évolution périodique. Un exemple est décrit ici avec une grille  $10 \times 10$ , initialisée comme indiqué en (a). Nous obtenons, après 510 générations, une situation périodique dont la période semble de 22 étapes. Le total des individus coopérants oscille sur 22 générations (b) comme celui, complémentaire, des individus agressifs. Une variation des gains totaux en résulte, elle aussi périodique sur 22 générations.

La partie du graphe où se produit l'oscillation (entourée sur le schéma a) est le théâtre d'un subtil phénomène de battement. Au bout de 22 étapes, la situation n'est pas reproduite exactement, mais symétriquement par rapport à une droite oblique (en bleu). Il faut donc, en réalité, 44 étapes pour revenir à la situation de départ. On remarque

que le sous-graphe des communautés non vides qui donnent le cycle possède une structure particulière : chaque communauté coopérante est en contact avec plusieurs communautés coopérantes, mais n'est en contact qu'avec une seule communauté agressive. De plus, chaque communauté agressive n'a qu'un seul contact, bien sûr avec une communauté coopérante qu'elle exploite.

Pendant la première moitié de la période, le deuxième nœud de la première ligne grossit au détriment du gros nœud vert de la génération 510. Celui-ci disparaît presque, ce qui fait fondre le gros nœud rouge. Le groupe central des trois communautés vertes bénéficie alors d'une certaine tranquillité amenant l'expansion d'un nouveau gros nœud vert (symétrique du précédent). Tous les autres nœuds ont évolué symétriquement conduisant à une génération 532 parfaitement symétrique de la génération 510 par rapport à la droite bleue. Cette configuration ramènera, 22 étapes plus loin, au schéma de la génération 510.



## 5. Résultats des graphes aléatoires

Nous engendrons des graphes aléatoires de 20 nœuds. Pour cela nous plaçons sur chaque nœud une communauté coopérante ou agressive en tirant au hasard : on place une communauté coopérante avec une probabilité  $p$  ou une communauté agressive avec une probabilité complémentaire  $1 - p$ . Les liens entre nœuds du graphe sont aussi choisis au hasard : deux nœuds sont connectés avec une probabilité  $c$  : si  $c$  est petit, la connectivité du graphe est faible, si  $c$  est grand, le graphe comporte de nombreux liens. Nous mesurons alors la probabilité d'évoluer vers un état de coopération généralisée.

Pour une valeur de  $p$  (indiquée sur les courbes), plus la connectivité  $c$  est grande, plus faible est la probabilité que le graphe évolue vers un état de coopération généralisée. Lorsque  $p$  augmente, la probabilité d'évoluer vers un état de coopération généralisée augmente (d'où la succession de courbes de plus en plus hautes).

Nous avons mené une étude statistique de ce type de « monde » sur un graphe en grille de 100 nœuds : chaque nœud est relié à ses huit voisins (horizontaux, verticaux, en diagonal), les bords se rejoignant (grille en forme de tore). On place au hasard des communautés sur les nœuds en faisant varier la proportion  $p$  de nœuds occupés par des communautés coopérantes.

Si la proportion initiale  $p$  de communautés coopérantes est supérieure à 80 pour cent, alors, dans plus de 95 pour cent des cas, il ne restera au final pratiquement que des coopérants : le monde converge en quelques générations vers un univers de coopération généralisée. Au-dessous de 20 pour cent de communautés coopérantes initiales, l'évolution conduit presque certainement à un monde agressif. Dans un pour cent des essais ( $p$  entre 0,4 et 0,7), nous observons des équilibres mixtes où coexistent communautés coopérantes et agressives.

À l'exception de ces équilibres mixtes, la dynamique générale d'évolution est claire : (a) les zones où seuls des individus agressifs sont en contact dépérissent ou ne réussissent pas à croître ; (b) dans les zones où les deux types d'individus se rencontrent, les coopérants disparaissent au profit des agressifs ; (c) les zones où des coopérants ne rencontrent que des coopérants prospèrent. La première phase de l'évolution est une course entre agressifs des zones (b) et coopérants des zones (c) s'il y en a. Cependant, quel que soit l'avantage obtenu par les premiers, s'il y a des individus dans les zones (c), ils finissent par s'imposer et la population finale est composée essentiellement d'individus coopérants localisés dans les zones (c). Bien sûr, en l'absence de zones de type (c), le monde converge vers une guerre généralisée. Un critère permet ainsi de prévoir l'évolution avec un risque d'erreur limité : s'il existe un nœud coopérant protégé (c'est-à-dire en contact seulement avec des nœuds coopérants) alors le monde convergera vers un état de coopération généralisé ; sinon, le monde s'orientera vers un état désastreux d'agressivité tous azimuts.

Les cas d'évolution vers des configurations mixtes échappent à ce schéma. L'un d'eux, décrit sur la figure 4, révèle une complexité inattendue permettant la coexistence dans des conditions subtiles d'équilibre périodique des deux types de communautés dont les effectifs ne se stabilisent jamais.

## Erdős-Renyi ou Petit monde ?

Sur une grille, chaque nœud est lié à huit voisins (connectivité 8) et il est probable que cette valeur de la connectivité joue un rôle important. Aussi avons-nous engendré systématiquement des graphes aléatoires dont un exemple et ses conclusions sont indiqués sur la figure 5. Récemment, de nombreux travaux ont montré que les graphes qu'on rencontre dans le monde réel ressemblent rarement aux graphes aléatoires de Erdős-Renyi. Les graphes du monde réel, graphes des liaisons ferroviaires, graphes décrivant les liens entre pages web, graphes des réseaux sociaux, sont en général beaucoup plus contrastés : le nombre de connexions d'un nœud aux autres varie fortement, conduisant en particulier à des nœuds, nommés « hub », qui centralisent un nombre de liens très supérieurs à la connectivité moyenne du graphe. Ces graphes réels, nommés *Petit monde*, ont certaines bon-

nes propriétés : faible distance moyenne entre nœuds, résistance aux pannes, etc. Il est naturel de s'interroger sur leurs capacités à susciter des équilibres coopératifs.

Les expériences donnent un résultat sans appel : pour un nombre donné de nœuds et de liens entre les nœuds et une même proportion initiale de communautés coopérantes, l'évolution sur un graphe de type *Petit monde* conduit plus fréquemment à une situation d'agressivité généralisée que sur un graphe de type Erdős-Renyi. La raison en est sans doute que la structure de *Petit monde* facilite la domination des communautés agressives et nuit à l'existence de nœuds coopérants protégés : des phénomènes sociaux (comme la diffusion rapide d'informations) sont facilités par l'existence des centres dominateurs, mais ils empêchent l'apparition et le maintien d'équilibres efficaces qui ne naissent et ne prospèrent que si certains nœuds se trouvent dans un certain isolement.

Les réseaux de communautés envisagés ici, du fait de leurs simplicités, ne permettent pas de modéliser la formation de groupes fermés et hostiles entre eux (espèces animales, sectes, pays ennemis, etc.) qui sont importants aussi bien dans le monde vivant que social.

Pour modéliser les dynamiques de ces groupes, une méthode consiste à définir deux sortes (ou plus) d'individus capables de se reconnaître : les A et les B. Les A coopèrent avec les A et agressent systématiquement les B. Les B coopèrent avec les B et agressent les A. Partant d'une configuration aléatoire de A et de B placée sur une grille, on assiste à la formation de groupes coopérants composés uniquement de A et de groupes coopérants composés uniquement de B. Ces groupes, bien sûr, se combattent farouchement à leurs frontières, créant des zones désertifiées.

Cette émergence de la coopération « par solidarité de groupes » (récemment étudiée par D. Hruschka et J. Henrich) s'ajoute à l'émergence de la coopération résultant des stratégies réactives du type *donnant-donnant*, et à l'émergence de la coopération du fait des phénomènes que le modèle des réseaux de communautés met en évidence.

Ainsi l'expérimentation informatique aide à découvrir et à comprendre les nombreuses mécaniques collectives dont les groupes d'individus des mondes vivants, sociaux et économiques sont le théâtre et dont l'élucidation détaillée ne peut se passer des simulations réalisées grâce aux calculs massifs que les ordinateurs d'aujourd'hui autorisent.

Jean-Paul DELAHAYE est professeur d'informatique à l'Université de Lille. Rémi DORAT est doctorant au LIFL (CNRS).

R. DORAT et J.-P. DELAHAYE, *Émergence et maintien de comportements coopératifs dans un modèle de communautés en réseau*, Laboratoire d'informatique fondamentale de Lille (LIFL), 2006, <http://www.lifl.fr/SMAC/>  
J. BRIFFAUT, *Mémoire de DEA*, LIFL, 2004.

D. HRUSCHKA et J. HENRICH, *Friendship. Cliquiness and the emergence of cooperation*, in *Journal of Theoretical Biology*, 239, pp. 1-15, 2006.

R. AXELROD, *The evolution of cooperation*, Basic Books, New York, 1984.

M. NOWAK et R. MAY, *Evolutionary games and spacial chaos*, in *Nature*, 359, pp. 826-829, 29 octobre 1992.

S. BOWLES et H. GINTIS, *Optimal parochialism : The dynamics of trust and exclusion in Network*, 2000 : Santa-Fee Working Paper <http://www.santa-fe.edu/research/publications/wpabstract/200003017>