

compliquées, qui montrent à l'évidence que le nombre sélectionné mérite d'être connu et mis en valeur... du moins pour tous ceux qui ont le goût de l'étrangeté mathématique. Voici d'abord six exemples.

- 987 654 103 mérite une attention particulière, car c'est le plus grand nombre premier dont tous les chiffres sont différents.
- 3 539 est un premier remarquable, car $C_3H_5N_3O_9$ est la formule de la nitroglycérine.
- 21 322 319 est le plus petit nombre premier autodescriptif : quand on en compte les chiffres, cela le reconstitue, car il comporte deux « 1 », trois « 2 », deux « 3 » et un « 9 ».
- 85 837 vérifie l'égalité : $85837 = 8! + 5! + 8! + 3! + 7! + (8 + 5 + 8 + 3 + 7)$; c'est le seul nombre premier possédant cette propriété.
- 43 252 003 274 489 855 999 est le nombre de configurations dérangées du cube de Rubik et c'est le nombre premier préféré de G. Honaker. Avec la position rangée du cube, cela fait 43 252 003 274 489 856 000 configurations possibles au total.
- 905 est un entier intéressant. En effet, la plupart des nombres impairs s'écrivent comme la somme d'un nombre premier et

d'une puissance de 2 : $3 = 2 + 1$, $5 = 3 + 2$, $7 = 3 + 4$, $9 = 7 + 2$, $11 = 7 + 4$, $13 = 5 + 8$, $15 = 7 + 8$, $17 = 13 + 4$, $19 = 3 + 16$, $21 = 5 + 16$, etc. Les exceptions, dénommées parfois *nombre obstinés*, sont en nombre infini, mais ont une faible densité. L'entier 905 est le plus petit nombre obstiné composé.

Le fruit d'un travail collaboratif

Le dictionnaire n'est pas le résultat du travail de deux auteurs seulement et se fonde sur les richesses patiemment accumulées du site Internet *Prime Curios* : <http://primes.utm.edu/curios/>

Toute une communauté d'amateurs depuis des années enrichit la collection de ce site auquel tout le monde peut contribuer. Le dictionnaire qui vient d'être publié est composé d'une sélection opérée en 2009 des meilleures trouvailles du site. Il est destiné à être emmené avec soi, en métro, dans la salle d'attente de votre médecin, sur la plage ou pour faire la queue à la poste. Un paragraphe à la fois, vous en dégusterez au hasard les meilleures définitions. Sur votre lieu de travail... vous pourrez discrè-

tement poursuivre l'exploration en vous connectant au site Internet où vous utiliserez la fonction *random* de la page principale qui vous fera découvrir les nombres et définitions qui enrichissent chaque jour la base de données *Prime Curios*.

Peut-être voudrez-vous être l'un des collaborateurs du site et voir votre nombre premier personnel donner naissance à une nouvelle page où votre nom apparaîtra. Pour cela, il faut imaginer une définition nouvelle qui n'exige pas plus de 100 caractères, à laquelle correspondra un nombre en rapport avec les nombres premiers. Il faut bien sûr que personne n'ait proposé la même curiosité avant vous.

Chaque responsable du site (et auteurs du livre) a son propre rôle. G. Honaker est l'éditeur de contenu et c'est lui qui est à l'origine de cette collection commencée il y a une quinzaine d'années. Il décide de l'acceptation d'une proposition nouvelle et rédige les pages avec les définitions. Ch. Caldwell joue le rôle d'éditeur technique. Il gère les aspects informatiques du site et en particulier la mise en page des données, les programmes qui engendrent les index et les sauvegardes.

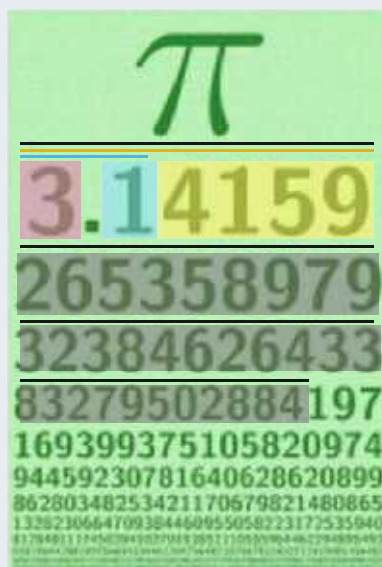
2. Quelques différents types de nombres premiers

A. Les **bons nombres premiers** : par définition, ils doivent être strictement supérieurs à la moyenne géométrique du nombre premier qui les précède et du nombre premier qui les suit : $(p_n)^2 > p_{n-1} p_{n+1}$. Voici la liste : 5, 11, 17, 29, 37, 41, 53, 59, 67, 71, 97, 101, 127, 149, 179, 191, 223, 227, 251, 257, 269, 307, 311, 331, 347, 419, 431, 541, 557, 563, 569, 587, 593, 599, 641, 727, ...

B. Les **nombres premiers de Fibonacci** sont bien sûr les nombres de la suite de Fibonacci ($F(0) = 1$, $F(1) = 1$, $F(n+2) = F(n) + F(n+1)$ pour $n > 1$) qui sont, en outre, premiers.

2, 3, 5, 13, 89, 233, 1597, 28657, 514229, 433494437, 2971215073, 99194853094755497, 1066340417491710595814572169, 19134702400093278081449423917...

C. Les **π -nombres premiers** qui sont les nombres premiers qu'on trouve quand on considère les n premières décimales du nombre



$\pi = 3,141\,592\,653\,589\,793\,238\,462\,643\,383\,...$ On en connaît aujourd'hui sept (**nous donnons les premiers**) correspondant à $n = 1$ (3), 2 (31), 6 (314159), 38, 16208, 47577, 78073. Celui correspondant à 78073 a été trouvé en 2006.

D. Les **nombres premiers factoriels** : ce sont ceux de la forme $n! + 1$ ou $n! - 1$.

Ceux de la forme $n! - 1$ correspondent aux valeurs de n suivantes : 3, 4, 6, 7, 12, 14, 30, 32, 33, 38, 94, 166, 324, 379, 469, 546, 974, 1963, 3507, 3610, 6917, 21480, 34790.

Ceux de la forme $n! + 1$ correspondent aux valeurs de n suivantes : 0, 1, 2, 3, 11, 27, 37, 41, 73, 77, 116, 154, 320, 340, 399, 427, 872, 1477, 6380, 26951. On n'en connaît pas d'autres, car la fonction factorielle croît très vite et il devient difficile, voire impossible, de tester la primalité des nombres engendrés par les expressions $n! - 1$ et $n! + 1$.

3. Quelques nombres premiers curieux

1 025 327

Le plus petit *reimerp* (nombre aussi premier quand on inverse l'ordre de ses chiffres), qui ne contient que des chiffres premiers et les contient tous.

37 330 116 097

En partant de 37 330 116 097 et en additionnant les deux nombres premiers qui suivent (ce qui fait une somme de trois nombres premiers), on obtient un nouveau nombre premier 111 990 348 347.

En partant de ce nombre et en additionnant les quatre nombres premiers qui suivent (ce qui en fait cinq consécutifs), on obtient un nouveau nombre premier.

En poursuivant de la même façon, on obtient toujours des nombres premiers, jusqu'à une somme de 19 nombres premiers.

122 334 444 555 553

Le plus petit nombre premier contenant un « 1 », deux « 2 », trois « 3 », quatre « 4 », cinq « 5 ».

7 469 789

Le premier nombre d'une paire de nombres premiers consécutifs qui sont tous les deux faiblement premiers (un nombre est faiblement premier si, en changeant l'un de ses chiffres par un autre, on tombe toujours sur un nombre composé).

7 284 717 174 827

Ce nombre premier palindrome (il peut se lire de droite à gauche ou de gauche à droite) donne encore

un nombre palindrome si on l'écrit en base 2 : 11010100000000110101111010110000000101011. De plus, sa longueur en base 10, qui est 13, et la longueur de son écriture en base 2, qui est 43, sont tous les deux des nombres premiers.

14 444 999 999 999

Nombre premier qui est la mise bout à bout des chiffres qui sont des carrés non nuls (1, 4, 9) répétés autant de fois que leur valeur.

1 311 753 223 571 113

Ce nombre premier est obtenu comme la concaténation des nombres premiers de 13 à 2 par ordre décroissant, suivie de la concaténation des mêmes nombres par ordre croissant 13, 11, 7, 5, 3, 2, 2, 3, 5, 7, 11, 13. Ce qui donne une sorte de palindrome.

37 104 124

Ce n'est pas un nombre premier, mais il est très intéressant, car 37 104 124 est égal à la somme de $3! \times 7! \times 1! \times 0! \times 4! \times 1! \times 2! \times 4!$ et du nombre de nombres premiers plus petits que 37 104 124. C'est le seul nombre connu ayant cette propriété.

172 909 271

Le plus petit nombre premier palindrome qui contienne le célèbre nombre de Ramanujan 1 729 (le plus petit nombre représentable de deux façons comme somme de deux cubes $1\,729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$).

15 618 090

Égal à $2 \times 3 \times 5 \times 487 \times 1\,069$, il n'est pas premier, mais c'est le plus petit entier dont la décomposition en facteurs premiers utilise chacun des dix chiffres une fois et une seule.

1 873

C'est en 1873 que Charles Hermite démontra que le nombre e était un nombre transcendant.

3 778 888 999

Le plus petit nombre premier ayant une persistance multiplicative de 10. La persistance multiplicative d'un nombre est le nombre d'étapes avant stabilisation qu'il faut faire quand on le remplace par le produit de ses chiffres.

Ainsi $721 \rightarrow 14 \rightarrow 4 \rightarrow 4$, donc 721 a une persistance multiplicative de 3.

16 719

Le 16719^e siècle sera le premier siècle n'ayant aucune année égale à un nombre premier.

619 737 131 179

Le plus grand nombre tel que deux chiffres consécutifs donnent toujours un nombre premier et tel que tous les nombres premiers ainsi obtenus soient différents.

1000...00081918000...0001

(1001 chiffres en tout). Le plus petit nombre premier palindromique de plus de 1 000 chiffres.

Sans Internet qui permet un travail collaboratif remarquable, cette collection n'aurait pas acquis sa richesse actuelle. L'informatique et l'existence des réseaux conduisent au développement de nouvelles formes d'activités et de savoirs mathématiques. Le 29 juin 2010, il y avait 10 277 curiosités singularisant 7 193 nombres différents (des curiosités différentes donnent parfois le même nombre). Comme le disent les auteurs, cela laisse une place infinie à vos propres découvertes.

Bien sûr, la fameuse astuce du paradoxe de Bechembach s'applique au site : tout nombre mérite d'être présent dans la base de *Prime Curios*, le plus petit nombre qui n'y est pas étant intéressant parce qu'il pos-

sède la propriété de ne pas y être... et donc doit y être. Mais c'est une boutade et puisque ce plus petit nombre qui n'y est pas change au cours du temps, Ch. Caldwell et G. Honaker ont simplement choisi de considérer qu'il ne s'agit pas d'un nombre curieux et de ne pas l'y mettre : le paradoxe est contourné.

Plus de 7 000 nombres premiers différents

L'avantage du site est qu'on y trouve aussi un algorithme qui teste la primalité : <http://primes.utm.edu/curios/includes/primetest.php>. Pour la factorisation des nombres entiers, nous vous recommandons <http://www.alpertron.com.ar/ECM.HTM>, qui

est remarquablement efficace et rapide. Cet algorithme vous permettra de tester vos idées et vous aidera à mener vos recherches dans le but de proposer un nombre premier intéressant. Le dictionnaire ou le site Internet seront utiles aux amateurs de programmation et aux enseignants à la recherche d'exercices informatiques nouveaux et parfois non triviaux.

Voici trois exemples d'exercices de programmation directement tirés du dictionnaire.

- Faire un programme qui trouve le plus petit nombre premier p tel que p et le nombre premier p' qui le suit soient composés uniquement de chiffres qui sont des cubes $\{0, 1, 8\}$. La réponse est 100 801, qui est suivi par le nombre premier 100 811.