



Une théorie géométrique du Tout

Garrett Lisi et James Weatherall

Les particules élémentaires et leurs interactions reflètent sans doute une structure géométrique profonde de la nature. Cette structure a-t-elle quelque chose à voir avec le groupe de symétrie E_8 ?

La physique moderne est née en 1687 d'un processus d'unification. Avec sa loi universelle de la gravitation, Isaac Newton montrait que les descriptions théoriques d'alors des mouvements du pendule, des planètes, des marées, etc., n'étaient en fait que différentes facettes d'une même théorie. Depuis, les unifications se succèdent et jouent un rôle central en physique. Au XIX^e siècle, James Clerk Maxwell fusionna électricité et magnétisme. L'électromagnétisme résultant fut unifié 100 ans plus tard, vers 1970, avec la théorie de l'interaction faible – qui régit la radioactivité bêta –, ce qui a donné la théorie dite électrofaible.

Aller au-delà du modèle standard

La quête de l'unification a des motivations pratiques, philosophiques et esthétiques : la réunion de plusieurs théories physiques en une seule clarifie notre compréhension de l'Univers et en révèle des aspects insoupçonnés ; les physiciens, persuadés que les lois physiques découlent d'une unique structure mathématique, trouvent une telle théorie unifiée plus élégante. C'est pourquoi les expériences menées à l'aide d'accélérateurs comme le LHC (*Large Hadron Collider*, ou grand collisionneur de hadrons), au CERN à Genève, servent autant

à rechercher les phénomènes attendus par la théorie électrofaible qu'à recueillir les signatures possibles d'une éventuelle théorie du « Tout », décrivant toutes les particules et leurs interactions.

La meilleure théorie actuelle des interactions non gravitationnelles – à savoir l'interaction électromagnétique, l'interaction faible et l'interaction forte – a été élaborée dès les années 1970. Qualifiée de « modèle standard » de la physique des particules, elle décrit ces interactions et les particules qu'elles mettent en jeu. La formulation mathématique de cette théorie repose sur des objets géométriques abstraits nommés groupes de Lie et espaces fibrés ou plus simplement « fibrés ».

Le modèle standard n'en reste pas moins une théorie composée d'éléments disparates, puisqu'un objet géométrique différent décrit chaque interaction. C'est pour réduire, voire faire disparaître cette imperfection, que les physiciens n'ont cessé de tenter d'unifier les divers éléments du modèle standard et ont proposé des « théories de grande unification ». Dans chacune de ces théories, un objet géométrique unique est censé expliquer les interactions, mais nul ne sait laquelle de ces théories de grande unification est pertinente, ni même si l'une d'entre elles l'est...

Du reste, un problème d'unification plus profond se pose aux physiciens : l'intégration de l'interaction gravitationnelle et des trois autres interactions

LE ZOO DES PARTICULES
élémentaires n'est pas un tohu-bohu : il présente des structures et des relations remarquables que l'on peut lire sur un diagramme caractéristique d'un groupe de symétrie.

fondamentales dans une même structure mathématique. Depuis les années 1980, la stratégie dominante pour ce faire est la théorie des cordes, qui tente de décrire la gravitation et les trois autres interactions en termes de cordes et de membranes vibrantes au sein d'un espace-temps ayant de nombreuses dimensions.

Un petit groupe de chercheurs explorent une autre voie : la « gravitation quantique à boucles ». Elle fait appel à un cadre mathématique moins élaboré, plus proche de celui du modèle standard. En s'appuyant sur ses idées, l'un d'entre nous, (G. Lisi) a proposé en 2007 une nouvelle théorie unifiée. L'idée directrice est d'étendre de façon cohérente, à l'aide d'un groupe de Lie noté E_8 , le cadre géométrique des théories de grande unification pour y inclure la gravitation.

La « théorie E_8 », comme toutes les nouvelles idées, doit subir l'épreuve de l'expérience. Nombre de physiciens sont sceptiques, à juste titre, car cette théorie reste inachevée. Toutefois, même à ce stade précoce de développement, la théorie E_8 révèle certaines des structures profondes en jeu dans la nature, et prédit de nouvelles particules que le LHC découvrira peut-être.

Avant d'expliquer la théorie E_8 , commençons par poser les principes géométriques qui gouvernent les interactions. La géométrie est l'étude des formes. Oui, mais s'agissant de physique fondamentale, de

espace ; on peut les imaginer comme des espaces internes attachés à chaque point de l'espace-temps, dont la forme est liée aux propriétés des particules.

L'idée de formuler une théorie physique à partir des espaces fibrés fut introduite en 1918 par le mathématicien allemand Hermann Weyl (1885-1955). Les fibres à la H. Weyl sont distinctes des dimensions spatiales ondulantes postulées en théorie des cordes ; elles sont de forme constante ; leur évolution dans le temps découle de la façon dont elles sont rattachées à l'espace-temps quadridimensionnel.

Les champs électrique et magnétique présents partout dans notre espace peuvent être représentés par des fibres circulaires. Une fibre circulaire est associée au plus simple des groupes de Lie, qui est noté $U(1)$.

Rappelons qu'un groupe est, en mathématiques, un ensemble dont les éléments peuvent être composés de façon associative, dont un des éléments est neutre (son produit par n'importe quel élément donne cet élément) et dont chaque élément a un symétrique pour cette loi (son produit avec son symétrique donne l'élément neutre). Quant aux groupes de Lie (d'après le mathématicien norvégien du XIX^e siècle Sophus Lie), ce sont des groupes à la fois continus (chaque élément peut être approché d'aussi près que l'on veut par d'autres éléments) et lisses (on peut y faire du calcul différentiel).

Les champs des forces électrique et magnétique qui emplissent l'espace et évoluent dans le temps correspondent à la courbure de ce faisceau de fibres. Autrement dit, d'un point de vue géométrique, les champs électriques et magnétiques sont déterminés par la façon dont les fibres évoluent par rotation dans l'espace et le temps. Une onde électromagnétique correspond à une ondulation par rotation de ces fibres circulaires successives dans l'espace-temps. Et un quantum d'une onde électromagnétique est un photon, c'est-à-dire une particule de lumière qui se propage, et qui véhicule la force électromagnétique entre particules chargées.

Une fibre pour chaque type de particules

À chaque type de particules élémentaires correspond une fibre différente. Ainsi, tous les électrons du monde résultent de l'évolution dans l'espace-temps d'un même type de fibre, ce qui explique, entre autres, pourquoi tous les électrons sont identiques. Les fibres de particules électriquement chargées, tels les électrons, s'enroulent autour des fibres circulaires de l'électromagnétisme comme le filetage d'une vis, et cela en proportion de leurs charges électriques.

Parmi les « fermions » (les particules élémentaires de matière), les électrons ont une charge électrique de -1 (trois enroulements), les quarks u ont des charges électriques de $+2/3$ (deux enroulements dans l'autre sens), les quarks d ont une charge électrique de $-1/3$ (un enroulement), et les neutrinos une charge nulle. Les particules d'antimatière, tels les positrons et les antiquarks, s'enroulent dans le sens contraire autour de la fibre circulaire de l'électromagnétisme, ce qui leur confère des charges électriques opposées.

Quand des particules entrent en collision, elles peuvent se transformer en d'autres particules, mais de façon que la charge totale reste la même. Ce point essentiel est la conséquence d'une propriété géométrique des fibres : quand deux particules se rencontrent, les enroulements de leurs fibres s'ajoutent. La représentation en termes de fibrés explique ainsi ce que l'on sait de l'électromagnétisme. Les charges électriques décrivent la structure géométrique du fibré constitué par les fibres électromagnétiques et matérielles (d'un électron par exemple), cette structure déterminant quelles sont les interactions possibles entre particules chargées.

MÊME INACHEVÉE, LA « THÉORIE E_8 »

révèle certaines des structures profondes en jeu dans la nature et prédit de nouvelles particules.

quelles formes ? Il y a quelque 2400 ans, Platon associait des polyèdres réguliers à chacun des « éléments » tels que l'air ou le feu. De même, des objets géométriques fondamentaux peuvent être associés aux particules élémentaires. Il s'agit de formes géométriques parfaites et continues, invisibles parce qu'elles sont hors de notre espace, mais dont nous constatons les effets.

La principale idée géométrique sous-tendant le modèle standard est qu'à chaque point de l'espace-temps sont attachés des espaces mathématiques nommés « fibres », chacune correspondant à un type de particules. L'ensemble formé par l'espace-temps et les fibres rattachées à ses points constitue ce que l'on nomme un espace fibré ou plus simplement un fibré. Les fibres n'appartiennent pas à notre

Par exemple, $U(1)$ est le groupe des nombres complexes de module un, dont chacun représente une rotation sur le cercle de rayon un. Le cercle unité est la fibre associée à $U(1)$. Il a une seule symétrie : une rotation de n'importe quel angle laisse le cercle inchangé. On nomme générateur du groupe de Lie $U(1)$ une rotation du cercle d'un angle infinitésimal.

De façon imagée, on peut donc dire que l'espace fibré de l'électromagnétisme est constitué de fibres circulaires successives attachées à chaque point de l'espace-temps (voir l'encadré page 71). Chose essentielle, chaque cercle peut tourner un peu sur lui-même par rapport à ses voisins immédiats. Le « champ de connexion » d'un espace fibré décrit la façon dont se correspondent des fibres voisines par ces rotations.