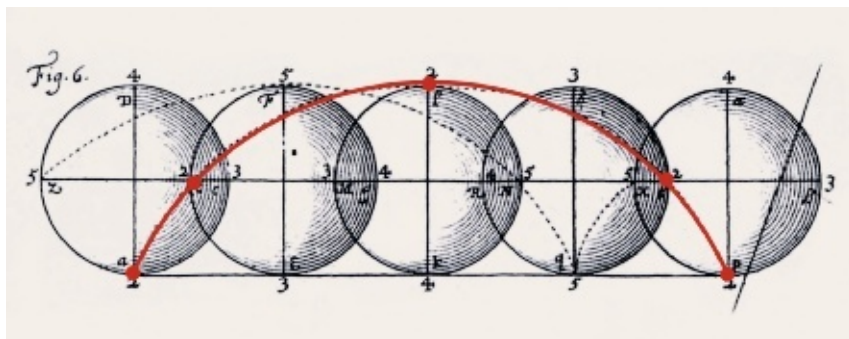
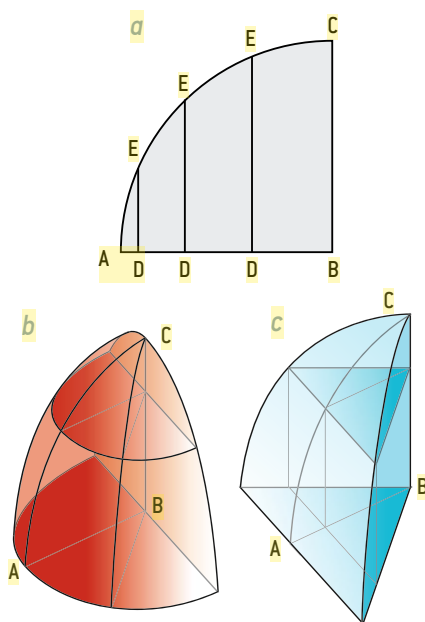




2. LE DÉFI DE LA ROULETTE consistait à étudier les propriétés de la cycloïde (en rouge), courbe décrite par un point fixé à une roue, lorsque celle-ci roule le long d'une droite horizontale. Il s'agissait notamment de déterminer les caractéristiques du solide engendré par la rotation de la courbe autour de son axe de symétrie, notamment son volume, sa surface courbe et son centre de gravité. Pascal lança ce concours en 1658 par circulaire, avec une récompense de 60 pistoles – l'équivalent du loyer annuel d'une maison à Paris. Publiées en 1659, les *Lettres de A. Dettonville* sont la solution que propose Pascal, sous un pseudonyme, à ce défi.



3. POUR CALCULER LE VOLUME du solide engendré par un triline ABC (a) tournant autour de son axe BC (b), Pascal construit un autre solide, l'« ongle », qui épouse lui aussi la forme du triline, mais dont la base est un triangle rectangle isocèle de bissectrice AB (c). En sommant les tranches d'onglet parallèles à cette base (des triangles rectangles isocèles elles aussi), Pascal détermine le volume de l'onglet. Connaissant par ailleurs le rapport des volumes des deux solides (c'est le rapport des surfaces de leurs bases), il en déduit le volume du premier solide. Le théorème du manuscrit généralise cette méthode à d'autres solides engendrés par diverses rotations d'un triline.

publiquement un concours à tous les mathématiciens d'Europe, les défiant de résoudre une liste de problèmes sur la roulette, c'est-à-dire sur la courbe qu'elle engendre – la cycloïde. En octobre, personne n'ayant complètement satisfait au défi, il publiera ses résultats sous le titre de *Lettres de A. Dettonville*.

Un théorème sur le calcul de volumes

Le brouillon mathématique qui nous intéresse, page 410 du *Recueil des Pensées*, est lié à ces travaux. Placé tête-bêche, il n'est visible que parce que les ouvriers qui, au XVIII^e siècle, ont confectionné le *Recueil* des originaux, ont percé dans le folio une fenêtre qui permet de voir le côté du papier collé sur le feuillet support (voir la figure 1).

De quoi est-il question dans ce document ? D'abord, on constate que, contrairement aux textes imprimés, il est écrit sous forme symbolique, et non rhétorique : c'est la preuve que Pascal possédait son propre symbolisme. Celui-ci n'a rien à voir avec le nôtre ni avec celui de l'algèbre cartésienne. Les larges coups de plume horizontaux qui séparent les différentes expressions du raisonnement, par exemple (voir la figure 1b), ne sont pas des barres de rapports : elles séparent les temps successifs du raisonnement, et les transformations des expressions symboliques. Les doubles barres obliques symbolisent l'éga-

lité entre des sommes de corps géométriques. Ensuite, Pascal y traite, dans un langage qui est celui de la *méthode des indivisibles*, ancêtre de ce qui deviendra le calcul différentiel et intégral, de corps géométriques qu'il étudiera dans les *Lettres de A. Dettonville*. Si elles ont été rédigées pour apporter une solution au « défi de la roulette », ces lettres ont en effet une portée bien plus vaste : Pascal y propose des méthodes générales de calcul de la dimension et des centres de gravité des solides et des surfaces planes et courbes.

La figure tracée sur le document (voir la figure 1a) représente ce qu'il appelle un *triline*, la surface limitée par deux droites perpendiculaires et une ligne courbe monotone. Un des problèmes du défi de la roulette est la détermination du volume sous la cycloïde, lorsque celle-ci tourne autour de son axe de symétrie. Dans les *Lettres de A. Dettonville*, pour résoudre ce problème, Pascal part du cas général d'un triline ABC quelconque (voir la figure 3). Tourné autour de son axe BC, celui-ci engendre un demi-solide de rotation, dont il cherche le volume, la surface courbe et le centre de gravité. Il le compare pour cela à un autre solide, l'« ongle », construit sur le même triline, mais de volume plus simple à calculer.

L'originalité du théorème dont Pascal donne ici la démonstration, c'est qu'il concerne des solides un peu différents, tel celui construit par rotation du triline ABC autour de la parallèle à BC passant par A (voir la figure 1a). Le théorème de Pascal, démontré sous sa forme rhétorique dans les *Lettres de A. Dettonville*, donne le volume de ce solide en le comparant à celui engendré par la rotation du triline ABC autour de GH, parallèle à l'axe BC et perpendiculaire à la base AB du triline.

Une notation autre que celle de Descartes

Mais le plus nouveau est le système symbolique utilisé. Pour désigner une somme indéfinie de lignes ou de surfaces (l'ancêtre de ce que nous appelons une intégrale), par exemple pour désigner la « somme » de « tous les trilignes ADE », Pascal emploie le symbole S suivi de « des », et des lettres qui désignent les éléments sommés (voir la figure 1c).