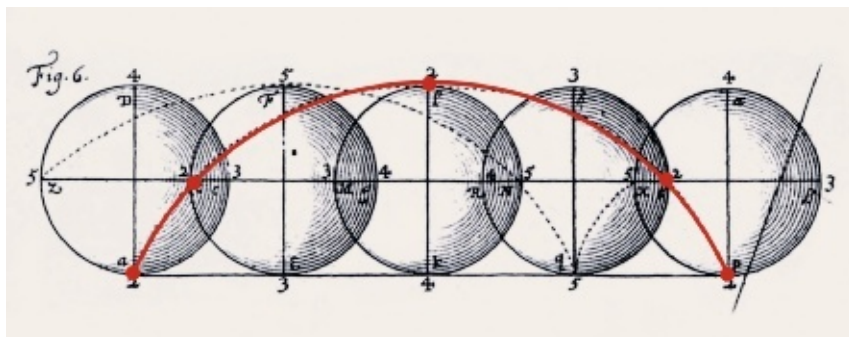
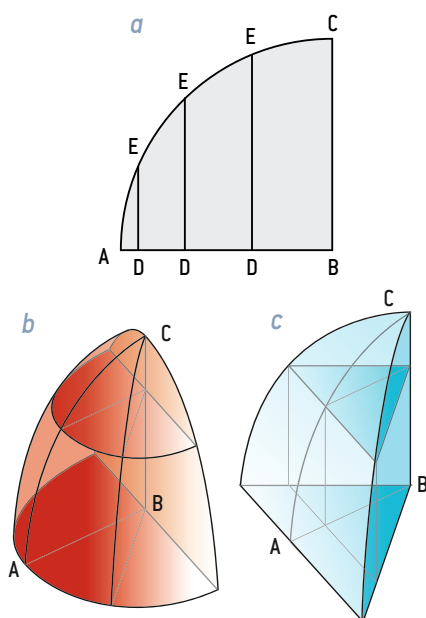




2. LE DÉFI DE LA ROULETTE consistait à étudier les propriétés de la cycloïde (en rouge), courbe décrite par un point fixé à une roue, lorsque celle-ci roule le long d'une droite horizontale. Il s'agissait notamment de déterminer les caractéristiques du solide engendré par la rotation de la courbe autour de son axe de symétrie, notamment son volume, sa surface courbe et son centre de gravité. Pascal lança ce concours en 1658 par circulaire, avec une récompense de 60 pistoles – l'équivalent du loyer annuel d'une maison à Paris. Publiées en 1659, les *Lettres de A. Dettonville* sont la solution que propose Pascal, sous un pseudonyme, à ce défi.



3. POUR CALCULER LE VOLUME du solide engendré par un triline ABC (a) tournant autour de son axe BC (b), Pascal construit un autre solide, l'« ongle », qui épouse lui aussi la forme du triline, mais dont la base est un triangle rectangle isocèle de bissectrice AB (c). En sommant les tranches d'onglet parallèles à cette base (des triangles rectangles isocèles elles aussi), Pascal détermine le volume de l'onglet. Connaissant par ailleurs le rapport des volumes des deux solides (c'est le rapport des surfaces de leurs bases), il en déduit le volume du premier solide. Le théorème du manuscrit généralise cette méthode à d'autres solides engendrés par diverses rotations d'un triline.

publiquement un concours à tous les mathématiciens d'Europe, les défiant de résoudre une liste de problèmes sur la roulette, c'est-à-dire sur la courbe qu'elle engendre – la cycloïde. En octobre, personne n'ayant complètement satisfait au défi, il publiera ses résultats sous le titre de *Lettres de A. Dettonville*.

Un théorème sur le calcul de volumes

Le brouillon mathématique qui nous intéresse, page 410 du *Recueil des Pensées*, est lié à ces travaux. Placé tête-bêche, il n'est visible que parce que les ouvriers qui, au XVIII^e siècle, ont confectionné le *Recueil des originaux*, ont percé dans le folio une fenêtre qui permet de voir le côté du papier collé sur le feuillet support (voir la figure 1).

De quoi est-il question dans ce document ? D'abord, on constate que, contrairement aux textes imprimés, il est écrit sous forme symbolique, et non rhétorique : c'est la preuve que Pascal possédait son propre symbolisme. Celui-ci n'a rien à voir avec le nôtre ni avec celui de l'algèbre cartésienne. Les larges coups de plume horizontaux qui séparent les différentes expressions du raisonnement, par exemple (voir la figure 1b), ne sont pas des barres de rapports : elles séparent les temps successifs du raisonnement, et les transformations des expressions symboliques. Les doubles barres obliques symbolisent l'éga-

lité entre des sommes de corps géométriques. Ensuite, Pascal y traite, dans un langage qui est celui de la *méthode des indivisibles*, ancêtre de ce qui deviendra le calcul différentiel et intégral, de corps géométriques qu'il étudiera dans les *Lettres de A. Dettonville*. Si elles ont été rédigées pour apporter une solution au « défi de la roulette », ces lettres ont en effet une portée bien plus vaste : Pascal y propose des méthodes générales de calcul de la dimension et des centres de gravité des solides et des surfaces planes et courbes.

La figure tracée sur le document (voir la figure 1a) représente ce qu'il appelle un *triline*, la surface limitée par deux droites perpendiculaires et une ligne courbe monotone. Un des problèmes du défi de la roulette est la détermination du volume sous la cycloïde, lorsque celle-ci tourne autour de son axe de symétrie. Dans les *Lettres de A. Dettonville*, pour résoudre ce problème, Pascal part du cas général d'un triline ABC quelconque (voir la figure 3). Tourné autour de son axe BC, celui-ci engendre un demi-solide de rotation, dont il cherche le volume, la surface courbe et le centre de gravité. Il le compare pour cela à un autre solide, l'« ongle », construit sur le même triline, mais de volume plus simple à calculer.

L'originalité du théorème dont Pascal donne ici la démonstration, c'est qu'il concerne des solides un peu différents, tel celui construit par rotation du triline ABC autour de la parallèle à BC passant par A (voir la figure 1a). Le théorème de Pascal, démontré sous sa forme rhétorique dans les *Lettres de A. Dettonville*, donne le volume de ce solide en le comparant à celui engendré par la rotation du triline ABC autour de GH, parallèle à l'axe BC et perpendiculaire à la base AB du triline.

Une notation autre que celle de Descartes

Mais le plus nouveau est le système symbolique utilisé. Pour désigner une somme indéfinie de lignes ou de surfaces (l'ancêtre de ce que nous appelons une intégrale), par exemple pour désigner la « somme » de « tous les trilignes ADE », Pascal emploie le symbole S suivi de « des », et des lettres qui désignent les éléments sommés (voir la figure 1c).

Ainsi, « S des ade, ade &c » signifie : la « somme indéfinie des trilogues ADE ». Les lecteurs de Leibniz (1646-1716) ne manqueront pas d'être frappés par la ressemblance de ce S avec le symbole $\int$ rendu célèbre par l'inventeur du calcul intégral.

L'intérêt de cette symbolique est qu'elle n'est pas de même nature que l'écriture algébrique de la *Géométrie* cartésienne. Il s'agit de la symbolique d'un géomètre écrivain. Elle schématise bien la progression du raisonnement et permet de suivre les opérations successives qui constituent la démonstration, mais c'est surtout une manière d'écrire qui prépare une transition sûre vers la rédaction d'un texte clair, rigoureux et compréhensible par le lecteur, le texte définitif des *Lettres de A. Dettonville*. Car tout abrégées qu'elles soient, les expressions sont conçues pour être transformées en une rédaction étoffée.

Par exemple, à partir du brouillon, qui porte l'expression « 2 $\square$ bde, bde », Pascal n'a qu'à traduire « le double des carrés BD.DE, BD.DE » (BD.DE étant le produit des côtés BD et DE) pour aboutir sans difficulté à la rédaction rhétorique, débarrassée de toute expression symbolique, que l'on trouve dans les *Lettres de A. Dettonville*.

De l'amont et de l'aval de cette proposition, nous ne savons rien. À quoi servait-elle ? Quel type de problème permettait-elle de résoudre ? Elle témoigne du fait que Pascal, loin d'avoir publié toutes ses recherches mathématiques, en a conservé beaucoup, aujourd'hui détruites ou perdues. Il faut se résoudre à tout ignorer des recherches que Pascal avait entamées sur ce sujet. À moins que de nouveaux documents n'arrivent au jour, notre ignorance risque bien d'être définitive.

✓ BIBLIOGRAPHIE

D. Descotes, *An unknown mathematical manuscript by Blaise Pascal*, *Historia Mathematica*, vol. 37, n° 3, pp. 503-534, 2010.

D. Descotes, *Pascal. Le calcul et la théologie*, *Les génies de la science*, n° 16, 2003.



LES { Partagez les savoirs } RENDEZ-VOUS DU MUSÉUM

2011, ANNÉE INTERNATIONALE DES FORÊTS

Dans le cadre de cet événement, le Muséum vous propose des cycles de conférences et de films.

DÉTAILS SUR WWW.MNHN.FR, RUBRIQUE « ÉVÈNEMENTS »

LES COURS PUBLICS, LES JEUDIS À 18H

Assurés par les chercheurs du Muséum, ils s'adressent à tous

Cycle « Anatomie comparée » / 1^{re} partie : J.-P. Gasc

27/01 Ordre naturel et romantisme

03/02 L'intégration darwinienne et l'anatomie comparée

Grand Amphithéâtre du Muséum

57 rue Cuvier, Paris 5^e - Métro : Jussieu

LES LUNDIS DU MUSÉUM, 18H

Cycle de conférences « La forêt : son rôle, son état, ses habitants » :

28/02 Les forêts françaises (M. Hermeline, ONF)

07/03 Forêt, climat et cycle du carbone (D. Lousteau, INRA, Bordeaux)

LE MUSÉUM FAIT SON CINÉMA ! (CYCLE DE FILMS)

Cycle de films « L'usage des forêts »

Samedi 12/02, 16h

L'homme qui plantait des arbres (animation, F. Back, Canada, 1987, 34')

Les hommes de la forêt 21 (documentaire, Julien Samani, France, 2007, 52')

Lundi 14/02, 18h

Voyage vers la forêt (expérimental, J. Staeger, Allemagne, 2008, 7')

L'origine de la pomme ou le Jardin d'Eden retrouvé (documentaire, C. Peix, France, 2009, 52')

Auditorium de la Grande Galerie de l'Évolution

36 rue Geoffroy Saint-Hilaire, Paris 5^e

Métros : Gare d'Austerlitz - Jussieu

