

parus chaque année permet de suivre l'évolution de la cubomania des années 1980. Une bibliographie réunie par George Helms recense 719 textes en 22 langues. Il y a 14 publications en 1979, 52 en 1980, 174 en 1981, 70 en 1982, 15 en 1983. L'ouvrage de James Nourse, *The Simple Solution to Rubik's Cube*, a été le livre le plus vendu au monde pour le mois de janvier 1982. Il est resté présent au palmarès des livres les plus vendus pendant trois ans et au total plus de six millions d'exemplaires de l'ouvrage ont été commercialisés. Plusieurs autres livres sur le cube de Rubik ont dépassé le million d'exemplaires.

Des compétitions de cubes de Rubik sont organisées partout dans le monde.

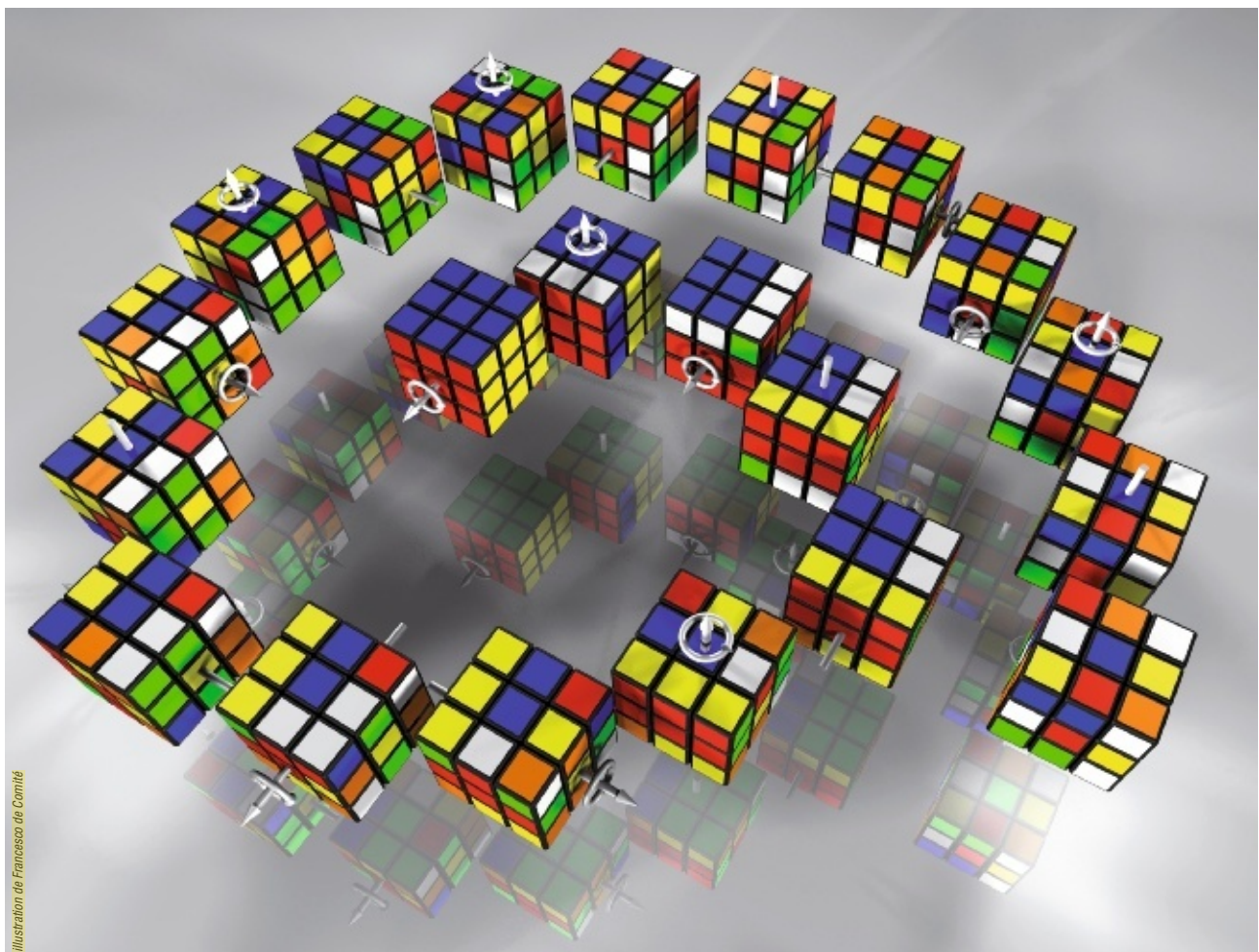
La *World Cube Association* (WCA) patronne une multitude de concours, 200 en 2010.

Les meilleurs cubistes résolvent un cube $3 \times 3 \times 3$ en moins de 10 secondes. Précisons que les règles de la WCA permettent une inspection du cube pendant 15 secondes avant que la résolution ne commence. Le champion australien Feliks Zemdeg, qui a 15 ans, rétablit un cube en 8,5 secondes en moyenne. Il sait aussi résoudre le cube $4 \times 4 \times 4$, beaucoup plus difficile, qui lui demande 42 secondes en moyenne, et le cube $5 \times 5 \times 5$, extrêmement difficile, qui l'occupe 68 secondes en moyenne.

D'autres exploits moins sérieux sont devenus classiques et les résultats pro-

gressent comme des records sportifs. La résolution du cube d'une seule main a demandé 14,7 secondes au champion de 2010. Avec le pied, un autre champion range un cube en 42 secondes. Le 16 novembre 2008, Milan Batick a reconstitué 4 786 cubes en moins de 24 heures. Il battait le précédent record qui était de 3 505. Notez que M. Batick réussit donc, pendant 24 heures, l'extraordinaire moyenne de 18,05 secondes par cube !

La résolution en aveugle est fascinante. Après que le joueur a observé le cube, on lui bande les yeux et il résout le cube. Le total des opérations (incluant cette fois la phase d'observation) n'exige que 31 secondes à



1. VOICI LA CONFIGURATION LA PLUS DIFFICILE rencontrée lors du calcul qui a conduit à démontrer que 20 mouvements suffisent toujours pour remettre un cube en ordre. Elle a été indiquée mouvement par

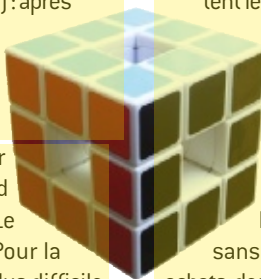
mouvement, pour remettre en ordre la configuration en 20 étapes ; vous pouvez la lire et l'effectuer à l'envers pour concocter un problème difficile à votre cousin qui se croit champion du cube de Rubik.

Hiayan Zhuang, le champion de 2010. Le record en nombre de cubes pour le réarrangement en aveugle est dû à l'Indonésien Muhammad Iril Khairul Anam, qui a réussi en 2010 à rétablir 16 cubes en moins d'une heure (temps maximum alloué) : après une période d'observation des 16 cubes, on lui bande les yeux et il refait alors les cubes les uns après les autres.

Le plus jeune manipulateur de cube avait quatre ans quand son exploit fut homologué. Le plus âgé avait, lui, 88 ans. Pour la résolution les yeux bandés, plus difficile, les âges records sont de 10 et 60 ans.

Le succès du cube de Rubik est dû au plaisir qu'on éprouve à le manipuler. Un autre cube, composé seulement de huit petits cubes aimantés, avait été inventé quelques années avant celui de Rubik. Il constituait un casse-tête plus facile, mais du même type. Il n'eut que très peu de succès, car il était trop tentant de tricher en séparant les cubes aimantés au lieu de les faire glisser. Le génie de l'invention de Rubik est plus celui d'une trouvaille mécanique que mathématique.

Parmi les plus étonnantes des variantes, le *Void Cube* est une merveille : il se pré-



sente exactement comme le cube de Rubik et permet les mêmes mouvements, sauf que tout ce qui dans le cube de Rubik sert au fonctionnement a disparu : il n'y a rien ni au centre du cube ni au centre des faces. Seuls persis-

tent les 8 cubes de coin et les 12 cubes des milieux des arêtes qui se déplacent vraiment dans un cube de Rubik (*ci-contre*). L'ingéniosité du mécanisme, le succès du cube, est surpassée ! Si vous voulez essayer et étudier les variantes du cube de Rubik sans avoir à effectuer de nombreux achats, des programmes informatiques gratuits en ligne (applet) permettent de jouer virtuellement (voir en particulier : www.randelshofer.ch/rubik/index.html).

Des décomptes

Il est facile de voir que 15 mouvements ne suffisent pas à remettre en ordre n'importe quelle configuration du cube de Rubik. À chaque fois que vous faites un mouvement (rotation d'une des faces du cube) vous avez 18 choix possibles, car chacune des six faces peut être tournée de 90, 180 ou 270 degrés. En faisant un mouvement, on peut donc atteindre 18 configura-

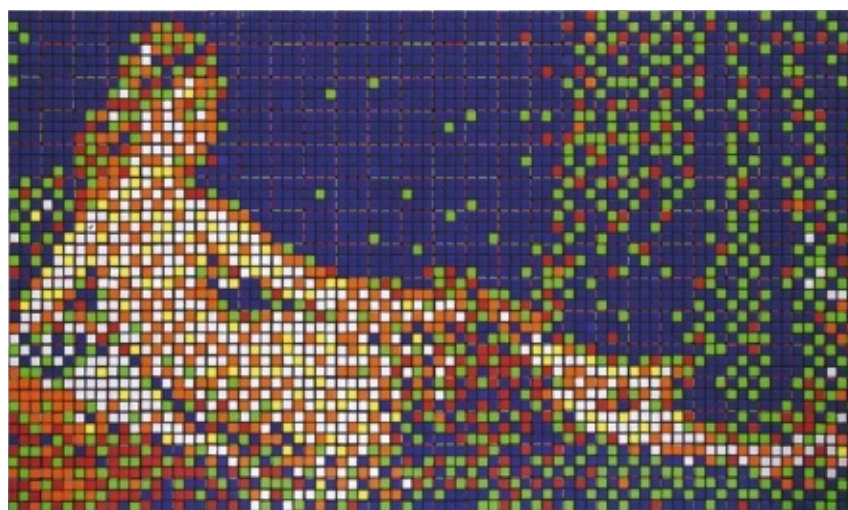
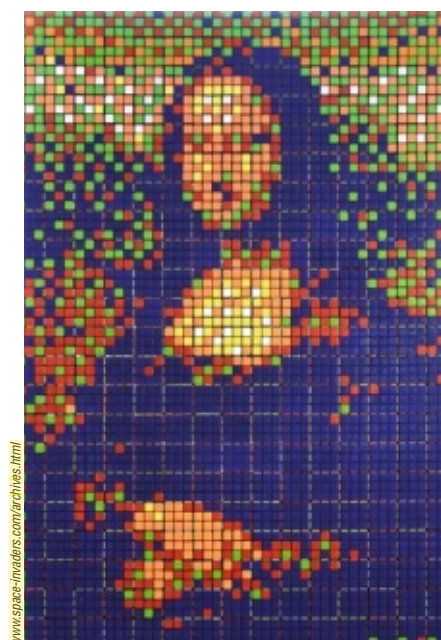
tions. En réalisant deux mouvements, on peut atteindre au plus $18 \times 18 = 18^2$ configurations différentes. Etc. En effectuant 15 mouvements ou moins, vous atteindrez donc un nombre de configurations différentes inférieur ou égal à :

$$18 + 18^2 + 18^3 + 18^4 + \dots + 18^{15} = 7,1435 \times 10^{18}.$$

Or ce nombre est inférieur au nombre de configurations du cube de Rubik, égal à $4,3 \times 10^{19}$. En faisant 15 mouvements ou moins, on ne peut donc pas atteindre toutes les configurations possibles. Si on place le cube dans l'une de ces configurations non atteintes, il faudra donc au moins 16 mouvements pour remettre le cube en ordre. Un raisonnement similaire, mais un peu plus subtil, montre que certaines configurations ne pourront être remises en ordre qu'avec 17 mouvements ou plus.

Refaire le cube, c'est bien, mais le refaire en opérant un minimum de mouvements c'est mieux... et plus délicat. La WCA a prévu une épreuve qui mesure cette aptitude des concurrents à l'économie dans l'action. Les règles de l'épreuve sont les suivantes :

(a) Le joueur examine le cube mélangé qu'on lui soumet et l'étudie soigneusement pendant une heure en s'aidant de crayons, de papier, de trois cubes auxiliaires et de gommettes colorées s'il le souhaite.



2. « RUBIKCUBISME » : ces images sont décomposées en pavés de neuf pixels, que l'artiste réalise alors en prenant autant de cubes de Rubik qu'il faut et en les manipulant pour faire apparaître sur une des faces les différents pavés colorés de neuf pixels. Ils composent ainsi patiemment le tableau avec six couleurs. D'autres œuvres de ce type sont visibles sur www.space-invaders.com/archives.html.

(b) L'heure écoulée, il remet sa solution sous forme écrite en utilisant un codage standardisé pour indiquer la meilleure suite de mouvements qu'il a trouvée.

La longueur d'une solution est le nombre de rotations de face, une rotation pouvant être d'un quart de tour ou d'un demi-tour. Le champion 2010 est le Hongrois (tiens, tiens !) Itsvan Kocza, qui a proposé une solution en 22 mouvements pour le cube mélangé qu'on lui avait soumis. Il faut noter que ce nombre est particulièrement faible, car les méthodes de reconstitution de cubes expliquées dans les livres ou les multiples pages Internet qui en décrivent conduisent à des reconstitutions en 60 mouvements environ, ou 30 pour les meilleures... qui sont plus difficiles à apprendre. Ce score de 22 n'est pas dû au hasard qui aurait fait que le problème soumis en 2010 était particulièrement simple. La preuve en est qu'en 2009, le champion de cette épreuve avait réussi lui aussi en 22 mouvements. En 2008, le record était de 27, en 2007 de 35, en 2006 de 28, en 2005 de 28. Les joueurs progressent et une question vient à l'esprit : peut-on toujours faire 22, ou moins ? Plus précisément, quel est le nombre de mouvements qu'un joueur parfait aura à faire dans le pire cas ?

Quand la théorie pure bute

Depuis longtemps, on soupçonne que la réponse est 20. En juillet dernier, la preuve du résultat en a été donnée. Puisque l'étude des mouvements du cube de Rubik se ramène à l'étude d'un certain groupe mathématique, on pouvait penser que la solution proviendrait de progrès mathématiques. La structure étudiée ne contient aucun arbitraire, contrairement par exemple au jeu d'échecs dont le graphe des parties possibles est compliqué, du fait des règles complexes. Ici, la structure du problème, un graphe aussi (voir la figure 4), est définie à partir d'éléments géométriques très simples et la situation paraît donc idéale pour que les mathématiciens exercent leur talent et produisent une réponse s'appuyant sur tout ce qu'ils savent des groupes, de leur classification, de leurs



3. LES VARIANTES LES PLUS CLASSIQUES du cube de Rubik sont le cube $2 \times 2 \times 2$, le cube $4 \times 4 \times 4$ (*Rubik's Revenge*), le cube $5 \times 5 \times 5$ (*Professor's Cube*). Tous donnent lieu à des épreuves dans les compétitions de la WCA. Les plus gros, commercialisés depuis 2008, sont le cube $6 \times 6 \times 6$ (*V-cube 6*) et le cube $7 \times 7 \times 7$ (*V-cube 7*). Le nombre de configurations du $2 \times 2 \times 2$ est 3 674 160. Le nombre de configurations du $3 \times 3 \times 3$ est $4,3 \times 10^{19}$. Celui du $4 \times 4 \times 4$ est $7,4 \times 10^{45}$, celui du $5 \times 5 \times 5$ est $2,8 \times 10^{74}$, celui du $6 \times 6 \times 6$ est $1,57 \times 10^{116}$, celui du $7 \times 7 \times 7$ est $1,95 \times 10^{160}$. On dépasse alors le nombre de bits d'information contenus dans l'Univers visible ! Le succès du cube a été tel que des dizaines de variantes ont été inventées, dont des versions en braille pour les aveugles.