

Rappelons que la réfraction consiste en une déviation de la lumière lorsqu'elle passe d'un milieu à un autre, par exemple de l'air à l'eau : un bâton plongé dans l'eau, mais dont une pointe est émergée, semble brisé. Ce phénomène avait été décrit par le mathématicien arabe Ibn Sahl à la fin du X^e siècle. Nicéron donne plusieurs exemples d'anamorphoses dioptriques, dont le portrait de Louis XIII obtenu à partir de fragments d'Ottomans (voir figure c).

De façon étonnante, le *Portrait de Louis XV* illustre le doute que Descartes a mis au centre de ses réflexions. Selon

le philosophe, nous devons douter de nos sens, car ils sont parfois trompeurs, les illusions d'optique l'attestent. L'image du bâton brisé dans l'eau le conduit même à s'interroger : nos sens ne nous trompent-ils pas tout le temps ? Louis XV ne s'embarassa pas de telles considérations et fut « satisfait et très satisfait » de son portrait magique. ■

H. Delalex, « Le portrait caché de Louis XV », dans *Sciences et curiosités à la cour de Versailles*, catalogue de l'exposition, RMN et château de Versailles, 2010.



© Christian Millet



Château de Versailles



IDÉES DE PHYSIQUE

Sonner comme une cloche

Les qualités musicales d'une cloche dépendent de sa forme. Et le son produit dépend de l'endroit où le battant frappe.

Jean-Michel COURTY et Édouard KIERLIK

Un tintement dans le lointain qui marque l'heure, la joyeuse sonnerie qui accompagne les mariés à la sortie de l'église...

Les sons des cloches rythment nos vies profanes ou spirituelles, mais d'où vient la qualité musicale de ces instruments ? Qu'est-ce qui détermine les vibrations qui vont persister dans le matériau et, ainsi, seront audibles ? La réponse réside dans la forme de la cloche, dont la conception reste un secret jalousement gardé par les fondeurs.

Une harmonie qui ne va pas de soi

Dans le principe, il est difficile de faire plus simple qu'une cloche. Une pièce en métal homogène, en l'occurrence du bronze, est mise en vibration par le choc du battant. Et, tout comme la membrane d'un haut-parleur, la surface de la cloche met en mouvement l'air environnant et engendre les variations de pression que nous appelons ondes sonores.

La situation est bien plus simple que pour les instruments à vent, où intervient un subtil couplage entre l'embouchure et le tuyau résonant ; bien plus simple aussi que pour les instruments à cordes, où les cordes, excitées de diverses façons, transfèrent de l'énergie à une paroi vibrante, seule à même d'émettre un son assez puissant.

Pourtant, obtenir une cloche musicale n'est pas immédiat. Lorsqu'on frappe un

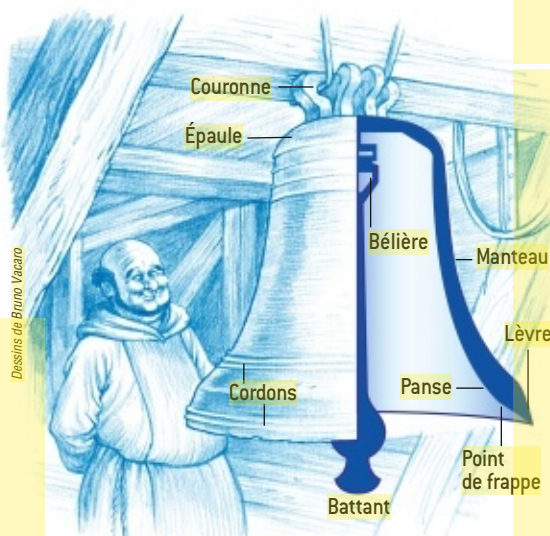
solide, il est rare d'obtenir un son harmonieux et durable. On obtient plutôt un bruit, c'est-à-dire une superposition d'ondes sonores sans ordre particulier.

Or les règles de l'harmonie occidentale requièrent des relations bien précises entre les fréquences émises simultanément. Ces relations sont satisfaites avec les cordes des pianos et des violons. On peut considérer les vibrations de chacune de ces cordes comme une superposition de vibrations sinusoïdales. La fréquence la plus basse, la « fréquence fondamentale », définit la note émise. Les fréquences supérieures, qui déterminent le timbre, sont des harmo-

niques, c'est-à-dire des multiples entiers de cette fréquence fondamentale ; c'est ce qui rend le son harmonieux à nos oreilles.

Prenons maintenant un solide dont la forme est proche de celle d'une cloche et dont on sait calculer exactement les modes de vibration : un cylindre long par rapport à son diamètre et creux, ouvert à ses deux extrémités, comme pour les carillons de porte d'entrée. Un tel tube a toujours une fréquence fondamentale, la plus basse, mais les fréquences suivantes n'en sont plus des multiples entiers [les rapports de fréquence valent 2,68, 7,59, 14,55, ...]. Le son obtenu sera un tintement au son métallique, auquel on peut associer une note, mais qui n'aura pas la rondeur et la musicalité d'un son de cloche.

L'art ancestral des fondeurs de cloches a consisté à trouver la forme la plus appropriée pour un son musicalement juste. Quelques millénaires ont conduit à la forme à symétrie axiale que nous connaissons, du moins en Europe (voir la figure 1). Des écarts régionaux existent et le détail des tracés est encore aujourd'hui rarement connu, les fondeurs ne révélant pas leurs secrets. Mais toutes les cloches ont des formes très proches et produisent, lorsqu'elles sonnent, un « arpège mineur » de cinq notes, dont les fréquences successives sont $0,5f_0$ (octave inférieure, do_2), f_0 (la note fondamentale, do_3), $1,2f_0$ (tierce mineure, mi_3), $1,5f_0$ (quinte, sol_3), $2f_0$ (octave supérieure, do_4). Ce mode mi-



1. LES CLOCHES SEMBLENT être des instruments de musique très simples. Cette apparence est trompeuse : leur forme doit être soigneusement conçue pour qu'elles produisent des sons harmonieux.

neur confère à la cloche son timbre mélancolique caractéristique.

Ce sont les modes de déformation de la cloche qui déterminent ces fréquences. La situation est moins simple que pour une corde tendue, dont chaque mode de vibration dessine un nombre entier de fuseaux (« ventres » de vibration) de même taille, nombre qui correspond au multiple de la fréquence fondamentale émis.

Pour un solide creux tridimensionnel, la question, plus complexe, n'a reçu de réponse définitive que récemment (eu égard au passé de l'instrument), grâce à la théorie des groupes et au développement de l'interférométrie holographique. À la place des fuseaux de la corde, les modes résonants de la cloche sont définis par les lignes nodales, constituées par les points où l'amplitude de vibration du matériau est nulle (nœuds).

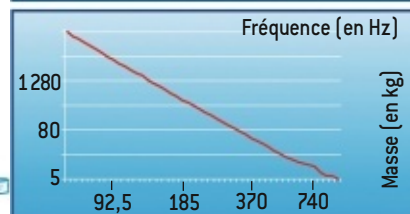
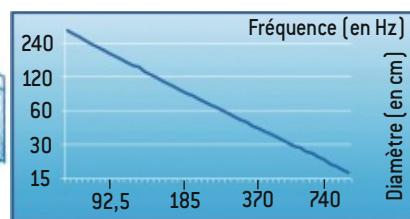
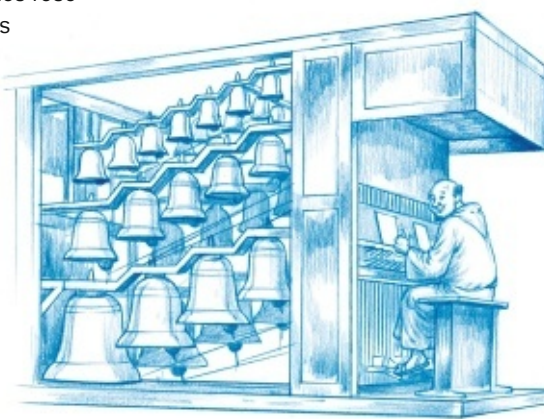
Frapper au bon endroit

Les lignes nodales séparent des domaines qui vibrent en opposition (voir la figure 2), et nous renseignent sur l'endroit le plus adapté pour frapper. Si le battant frappe au niveau d'un nœud, le mode de vibration correspondant ne sera pas excité et la note associée non émise. Si le point de frappe se situe au niveau de la panse (près du bord de la cloche), le battant aura un effet maximal, le bras de levier étant le plus long, et l'on est sûr d'obtenir toutes les notes, même si la proximité de la ligne nodale de la quinte fait qu'elle sera peu sonore.

Réaliser une cloche harmonieuse n'est pas tout. Les fondeurs doivent aussi réaliser des séries de cloches dont les notes sont fixées à l'avance, qu'il s'agisse des quelques cloches d'un clocher ou des 32 cloches et plus d'un carillon. Heureusement, il n'est pas nécessaire de déterminer un nouveau tracé pour chaque cloche : il suffit de réaliser des cloches homothétiques. En d'autres termes, on garde le même profil, mais on multiplie la taille (et l'épaisseur) de la cloche modèle par un coefficient. Avec une suite bien choi-



2. UNE MÊME CLOCHE PEUT VIBRER selon différents modes. Chaque mode est notamment caractérisé par ses lignes nodales (*en blanc*), lieux où l'amplitude de vibration est nulle. Deux domaines séparés par une ligne nodale vibrent en opposition : lorsque les points d'un domaine (*en bleu*) effectuent un mouvement vers l'extérieur de la cloche, les points du domaine adjacent (*en violet*) se dirigent vers l'intérieur. En général, lorsque le battant frappe la cloche, plusieurs modes sont produits simultanément (cinq d'entre eux sont illustrés ci-dessus). Les modes qui sont excités dépendent notamment du point de frappe. Par ailleurs, après être sortie des forges, la cloche peut être accordée en enlevant de la matière en des endroits bien choisis, ce qui modifie légèrement les modes de vibration.



3. UN CARILLON EST CONSTITUÉ d'un ensemble de cloches permettant de couvrir toutes les notes d'une gamme. Pour ce faire, on fabrique des cloches homothétiques : on multiplie la taille et l'épaisseur d'une cloche modèle par un facteur k , déterminé de façon à obtenir la bonne fréquence fondamentale de vibration. Lorsqu'on applique un facteur d'homothétie k , la masse de la cloche est multipliée par k^3 (courbe bleue), tandis que, très approximativement, sa fréquence fondamentale est divisée par k (en fait par k^a , où $a < 1$).

sie de coefficients, on obtient toutes les notes de la gamme chromatique.

Les vibrations d'une cloche étant compliquées, il n'y a pas de relation simple entre le facteur d'homothétie et la fréquence fondamentale de vibration. On en a cependant une approximation grossière en utilisant la loi relative aux cylindres creux : la fréquence fondamentale est proportionnelle au rapport de l'épaisseur sur le diamètre au carré. Pour une homothétie de facteur k (ce qui correspond à multiplier le diamètre et l'épaisseur de la cloche par k , et sa masse par k^3), la fréquence est divisée par k . Ainsi, pour obtenir une variation de trois octaves vers

LES AUTEURS



Jean-Michel COURTY et Édouard KIERLIK sont professeurs de physique à l'Université Pierre et Marie Curie, à Paris. Leur blog : <http://blog.idphys.fr>

Retrouvez les articles de J.-M. Courty et E. Kierlik sur www.pourlascience.fr