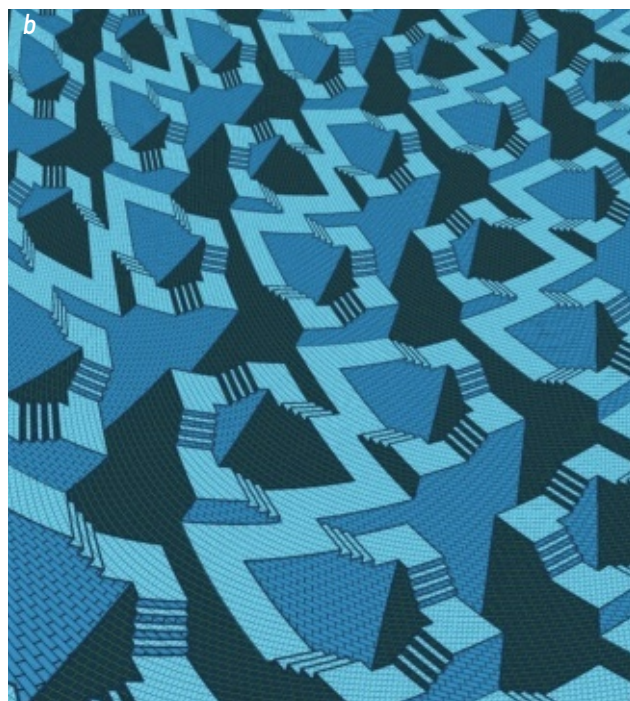
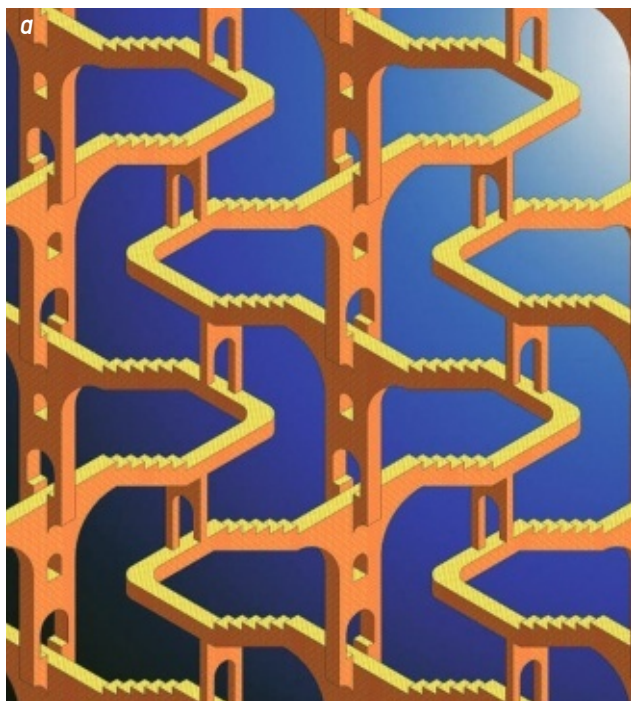




5. POUR MONTER, IL SUFFIT DE DESCENDRE. Ces impossibles infinis de Jos Leys sont construits en partant d'un motif d'escalier paradoxal à la Escher qui s'accroche à lui-même. On obtient ainsi un dessin périodique

d'escalier ascendant... qui descend. L'escalier infini aurait dû figurer sur les armoiries du surintendant Fouquet : *Quo non ascendet* ? Croyant monter dans l'estime de Louis XIV, Fouquet en est descendu.

très loin dans l'infiniment petit font douter de la validité de ce modèle de l'espace fondé sur les nombres réels : il se pourrait que les objets infiniment découpés de la géométrie fractale soient des illusions théoriques du seul fait de leur finesse sans limite. Nous ne prendrons pas en compte cette objection et nous admettrons que le modèle classique de l'espace est conforme à celui du monde physique réel et que les fractales sont physiquement possibles.

L'impossibilité disparaît à la limite

N'existe-t-il pas alors des objets infiniment impossibles de taille bornée ? L'infinie impossibilité de leur structure ne serait plus, comme dans le cas des images de J. Leys, due à leur étendue illimitée (dont la feuille de papier ne rend d'ailleurs qu'imparfaitement l'image), mais se trouverait dans la finesse sans limites de leur organisation paradoxale.

Cameron Browne, de l'*Imperial College* de Londres, a répondu positivement à la question en proposant plusieurs images réalisées à l'aide de programmes informatiques. Il combine dans les images produites le découpage infini des fractales et des objets invariants par homothétie avec l'impossibilité des figures du type triangle de Penrose.

La figure 4 montre les étapes de construction d'un flocon de von Koch, l'un à l'intérieur totalement vide, l'autre avec des barres de supports internes. Le schéma utilisé par C. Browne est tel que chaque étape de construction est une figure impossible. Les figures limites de ces séries seraient donc des figures fractales cumulant les impossibilités introduites étape par étape.

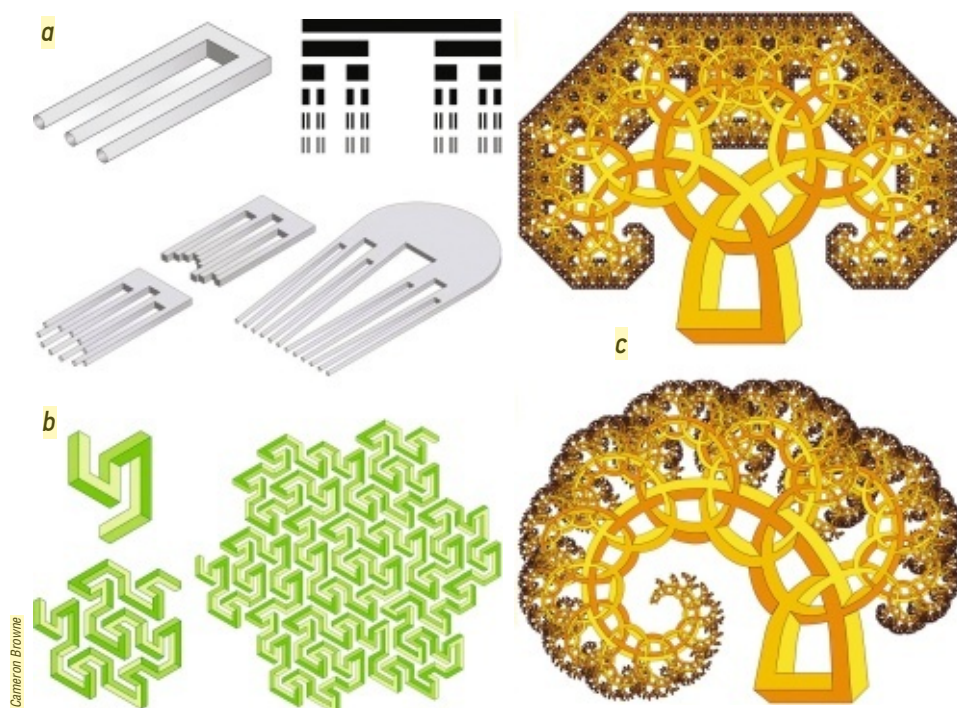
Phénomène amusant : la limite du dessin n'est rien d'autre que le flocon lui-même (ou sa variante avec des tracés internes) : nous avons donc une série d'images impossibles dont la limite est possible. Le cumul d'une infinité d'impossibilités fait dispa-

raître l'absurdité, qui est comme avalée par le passage à la limite !

L'une des figures impossibles les plus populaires est la fourche à deux et trois bouts, ou diapason absurde. C. Browne en a conçu plusieurs versions infinies en utilisant l'idée de la poussière de Cantor (voir la figure 6a).

Fourche impossible à la Cantor

Cette fois, l'impossibilité présente à chaque étape de la construction se retrouve dans la figure limite qui n'est pas dessinée, mais que nous imaginons sans mal. En effet, à mesure qu'on s'éloigne de la partie pleine (en haut), la section de l'objet représenté devient de plus en plus évidée : on en retire le tiers médian, puis on retire le tiers médian des deux parties restantes, etc. Pourtant, à l'extrémité basse de la pièce (en bas), celle-ci est pleine. Nous en tirons la leçon qu'en passant à la limite, l'impossibilité d'une figure fractale peut persister.



6. CAMERON BROWNE combine l'ensemble triadique de Cantor (*a*, en haut à droite) et le diapason impossible (*a*, en haut à gauche), puis utilise une courbe de Peano (*b*), pour obtenir des images impossibles (*c*). Les deux figures *c* sont impossibles à toute échelle.

Les figures 6b sont construites à partir de courbes de Peano : en associant un procédé classique pour créer des figures impossibles à l'idée des courbes de Peano, C. Browne produit des images impossibles dont à nouveau les limites sont possibles.

Pour les figures 6c, en revanche, l'impossibilité persiste dans la figure limite. Les deux figures sont cette fois de vraies fractales : elles possèdent des dimensions non entières. Comme le précise leur auteur C. Browne, ces dessins sont des exemples de figures impossibles à toute échelle. Contrairement à une tripoutre de Penrose dont chaque partie est possible (sans avoir à utiliser d'astuce), ici en s'approchant même de très près de la partie supérieure de ces formes, l'impossibilité géométrique persiste : elle est présente quel que soit le niveau de grossissement.

L'analyse des figures impossibles classiques montre toujours qu'en découpant la figure en un ensemble fini de zones, on obtient que chaque zone représente un

objet possible. Dans le cas des figures impossibles du type de celles proposées par J. Leys, il faut (si l'on ne trouve pas d'astuce comme celle de la figure 3) une infinité de zones. Chacune cependant a une aire supérieure à une constante valable pour tout le dessin. Pour les deux derniers dessins de C. Browne, un tel découpage en « zones possibles » doit se faire en une infinité de zones dont le diamètre tend vers 0 quand on s'approche de la frontière supérieure, qui a une dimension fractale supérieure à 1. C'est remarquable et cela conduit à une nouvelle question : peut-on faire pire et concevoir des images où l'accumulation des impossibilités se ferait sur une partie bidimensionnelle du plan ?

Nous invitons les lecteurs à nous envoyer d'autres constructions impossibles infinies. Nous publierons les plus intéressantes dans les prochaines rubriques. Une suggestion : l'éponge de Menger combinée avec le cube impossible donnerait certainement une belle structure paradoxale.

✓ SUR LE WEB

Impossible figures in the real world :
<http://im-possible.info/english/articles/real/index.html>

C. Browne, **Impossible fractals**, 2007 :
<http://eprints.qut.edu.au/15013/1/15013.pdf>

J. Leys, **Impossible geometry :**
http://www.josleys.com/show_gallery.php?galid=232