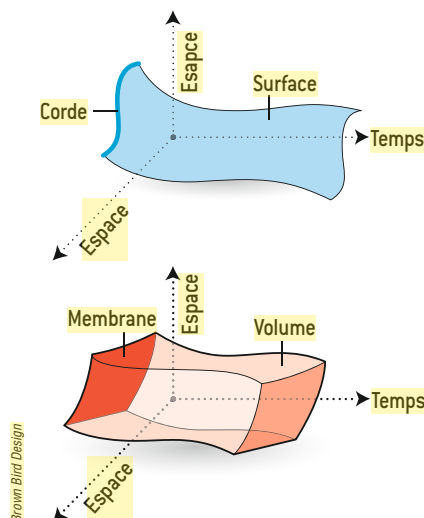


existe l'espace. Si cet univers est de dimension 1, 2, 4 ou 8, les particules de matière comme de force seraient des ondes décrites par un seul type de nombres, à savoir des nombres d'une certaine algèbre de division, où l'addition, la soustraction, la multiplication et la division sont possibles. En d'autres termes, dans ces dimensions, les vecteurs et les spineurs coïncident : les uns comme les autres sont simplement des nombres réels, des nombres complexes, des quaternions ou des octonions, respectivement. La supersymétrie émerge naturellement et fournit ainsi une description unifiée de la matière et des forces. Une simple multiplication décrit les interactions, et toutes les particules (quel que soit leur type) sont décrites à l'aide du même système de nombres.

Mais cet univers-jouet ne peut pas être réel, puisque nous devons prendre le temps en considération. Dans la théorie des cordes, cette considération a un effet très curieux. À tout instant, une corde est un objet unidimensionnel, comme une courbe ou une droite. Mais à mesure que le temps s'écoule, la corde trace une surface bidimensionnelle. On montre que cette évolution modifie les dimensions dans lesquelles la supersymétrie apparaît naturellement, en en ajoutant deux : une pour la corde, et une pour le temps. Au lieu de supersymétrie en dimension 1, 2, 4 ou 8, on obtient une supersymétrie en dimension 3, 4, 6 ou 10.

Or, comme par hasard, les théoriciens des cordes nous disent depuis des années que seules les versions à dix dimensions de la théorie sont cohérentes. Les autres sont entachées de défauts nommés anomalies : quand on calcule certaines grandeurs de deux façons distinctes, on obtient des résultats différents. Il n'y a qu'en dimension 10 que la théorie des cordes pourrait être valide. Mais la théorie des cordes à dix dimensions est, comme nous venons de le voir, la version de la théorie qui utilise les octonions. Si la théorie des cordes est vraie, les octonions ne sont donc plus une curiosité inutile ; ils pourraient apporter un éclairage nouveau sur le fait que la théorie des cordes n'est cohérente qu'en dimension 10. À dix dimensions, les particules de matière et de force sont représentées par le même type de nombres, à savoir les octonions.

Toutefois, ce n'est pas le dernier mot de l'histoire. Récemment, les physiciens se sont mis à aller au-delà des cordes et à considérer les membranes. Par exemple, une membrane à deux dimensions, ou



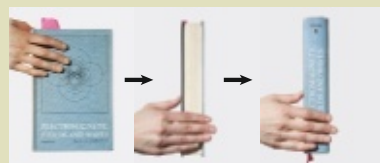
2. DANS LA THÉORIE DES CORDES, des cordes unidimensionnelles décrivent des surfaces bidimensionnelles au cours du temps. Dans la théorie M, des membranes bidimensionnelles décrivent des volumes tridimensionnels. L'ajout de ces dimensions aux huit dimensions des octonions fournit une piste pour expliquer pourquoi ces théories impliquent 10 ou 11 dimensions.

NON-COMMUTATIVITÉ

D'ordinaire, on peut multiplier les nombres dans n'importe quel ordre. Par exemple, 2×3 est égal à 3×2 . Ce n'est plus le cas dans les systèmes de dimensionnalité supérieure, tels ceux des quaternions et des octonions, qui sont non commutatifs. Les quaternions peuvent décrire les rotations en trois dimensions, qui sont aussi non commutatives : si on fait tourner successivement un objet tel qu'un livre autour d'axes différents, le résultat dépend de l'ordre des rotations. Sur la première ligne, on retourne d'abord le livre verticalement, puis on le fait tourner d'un quart de tour : la tranche apparaît. Sur la ligne du bas, on inverse les opérations, et c'est le dos qui apparaît.



Une rotation d'axe horizontal, suivie d'une rotation d'axe vertical.



Les deux rotations dans l'ordre inverse.

2-brane, ressemble à tout instant donné à une nappe. À mesure que le temps passe, elle décrit un volume tridimensionnel dans l'espace-temps.

Alors qu'en théorie des cordes, nous devons ajouter deux dimensions à la séquence classique 1, 2, 4 et 8, il nous faut maintenant en ajouter trois. Ainsi, quand nous avons affaire à des membranes, nous devrions nous attendre à ce que la supersymétrie émerge naturellement en dimensions 4, 5, 7 et 11. Et comme avec la théorie des cordes, une surprise nous attendait : les chercheurs affirment que la théorie M (où le « M » correspond entre autres à « membrane ») nécessite 11 dimensions, ce qui implique qu'elle fasse naturellement appel aux octonions. Hélas, personne ne comprend suffisamment bien la théorie M pour en écrire les équations fondamentales (le M signifie aussi bien « mystérieuse » !). Il est difficile de prédire la forme exacte qu'elle prendra.

Les octonions font-ils partie de la nature ?

À ce stade, insistons sur le fait que la théorie des cordes et la théorie M n'ont pas encore fait de prédictions que des expériences pourraient tester. Ce ne sont pour l'instant que de beaux rêves. Notre Univers ne nous semble pas avoir 10 ou 11 dimensions, et nous n'avons pas observé de symétrie entre particules de matière et particules d'interaction. David Gross, l'un des principaux spécialistes de la théorie des cordes, estime actuellement à 50 pour cent les chances de découvrir des preuves de supersymétrie au LHC, le grand collisionneur de hadrons du CERN. Les sceptiques pensent qu'elles sont beaucoup plus faibles que cela. L'avenir nous le dira.

Étant donné cette incertitude, nous sommes encore loin de savoir si les octonions ont une importance fondamentale pour la compréhension du monde qui nous entoure, ou s'ils ne sont que de la belle mathématique. Bien sûr, la beauté mathématique en soi est un objectif noble, mais cela serait encore plus merveilleux s'il s'avérait que les octonions font partie intégrante de la nature. Comme le prouvent l'histoire des nombres complexes et beaucoup d'autres développements mathématiques, cela ne serait pas la première fois que des inventions purement mathématiques apportent aux physiciens les outils dont ils auront ultérieurement besoin.