

5. Un crible géométrique

Une des plus étranges façons de relier polynômes et nombres premiers a été proposée par Yuri Matiyasevich. À partir du simple polynôme $P(n) = n^2$, il explique comment un tracé de segments de droites conduit directement à l'ensemble des nombres premiers.

On part de la parabole $y = x^2$. On y repère les points d'abscisse entière ayant une valeur absolue supérieure à 2, à savoir les abscisses 2, -2, 3, -3, 4, -4, etc. Ce sont les points : $M(2, 4)$, $M'(-2, 4)$, $M(3, 9)$, $M'(-3, 9)$, $M(4, 16)$, $M'(-4, 16)$, etc.

On relie les points M avec les points M' , ce qui donne des segments qui coupent l'axe Oy en des points d'ordonnée entière. Le segment reliant $M(n, n^2)$ et $M'(-m, m^2)$ coupe l'axe Oy en $(0, nm)$. De ce fait, tous les nombres composés sont traversés par au moins deux segments. Les nombres premiers apparaissent donc sur l'axe Oy comme les points ayant une ordonnée entière

