

Ondes, rayons et trajectoires

Comment se comportent les ondes lorsque les fréquences qui les décrivent sont très élevées ? Cette question relève de ce qu'on appelle l'analyse asymptotique, où l'on étudie mathématiquement le comportement d'un système lorsqu'un ou plusieurs de ses paramètres tendent vers des limites intéressantes.

Le cas où la fréquence tend vers l'infini est intéressant notamment parce qu'il concerne les ondes lumineuses. Les fréquences des ondes sinusoïdales permettant de décrire la lumière sont en effet extrêmement élevées : autour de 10^{14} - 10^{15} hertz, c'est-à-dire autant de cycles d'oscillation du champ électromagnétique par seconde.

Le comportement des ondes à haute fréquence a occupé de nombreux mathématiciens au XX^e siècle. L'une des contributions majeures est celle du chercheur suédois Lars Hörmander (médaille Fields en 1962), avec ses travaux sur l'« analyse microlocale ». L'étude mathématique de la limite des hautes fréquences a justifié de façon rigoureuse le fait que les ondes lumineuses peuvent être considérées comme des rayons si la taille des obstacles est grande par rapport à la longueur d'onde, cette dernière étant d'autant plus courte que la fréquence est élevée. Les lois de l'optique géométrique, dues à Snell et Descartes, ont ainsi reçu une explication satisfaisante, et des résultats qua-

litatifs, utiles pour les applications aux radars, aux images de synthèse, etc., sont systématiquement utilisés aujourd'hui.

Un autre exemple important d'analyse asymptotique des ondes est l'étude de l'équation de Schrödinger (une équation fondamentale de la mécanique quantique) quand la constante de Planck h (dont la valeur réelle est petite) tend vers 0. De nombreux travaux mathématiques ont porté sur cette limite dite semi-classique, et ont permis de préciser dans quel sens le fait de faire tendre h vers 0 permet de retrouver les lois de la mécanique classique, et notamment les trajectoires qui n'existent qu'en mécanique classique.

plus variées et plus compliquées à analyser, mais elles rendent compte de phénomènes singuliers tels que les ondes de choc (par exemple lorsqu'un avion franchit le mur du son), qui correspondent à des solutions présentant des discontinuités.

Un autre phénomène intéressant décrit par certaines équations non linéaires est l'existence d'« ondes solitaires » ou « solitons » : des perturbations localisées qui se propagent sans déformation sur de longues distances, et dont les mascarets et les tsunamis sont des exemples (voir l'article Les vagues en équations dans ce numéro). Les solitons correspondent à des ondes où l'effet de la dispersion est compensé par celui des non-linéarités.

L'étude mathématique des différentes équations d'onde, qu'elles soient linéaires ou non, qu'elles fassent apparaître ou non de la dispersion, est d'une grande richesse et continue à susciter l'invention de concepts et techniques adaptés. Il est rare que des solutions exactes et explicites puissent être trouvées aux équations. Cela arrive tout de même, notamment avec des équations dites intégrables telles que l'équation de Korteweg-de Vries, et une telle propriété révèle souvent des liens avec des domaines mathématiques *a priori* éloignés.

Un univers foisonnant

Sinon, des calculs approchés sont réalisables et utiles, tant pour l'étude mathématique des problèmes que pour leur interprétation physique. L'analyse dite asymptotique, qui examine ce qui se passe quand certains paramètres ou certaines grandeurs tendent vers des limites données, entre aussi dans ce cadre. Ainsi, l'étude de la limite des hautes fréquences, réalisée au XX^e siècle, justifie le fait que les ondes lumineuses peuvent, dans les situations courantes, être assimilées à des rayons décrits par l'optique géométrique (voir l'encadré ci-dessus).

L'univers des ondes est un univers foisonnant. Les ondes interviennent sous une forme ou une autre dans presque tous les phénomènes physiques. Liant oscillation et propagation, avec des effets de dispersion et des non-linéarités qui augmentent d'autant leur complexité et leur richesse, elles sont fondamentales pour les physiciens et les ingénieurs. L'étude des ondes a aussi été un stimulant essentiel de plusieurs champs des mathématiques. Elle l'est toujours. ■

✓ BIBLIOGRAPHIE

C. Bardos et M. Zerner, *Équations aux dérivées partielles*, *Encyclopædia Universalis*, 2009.

J. Bruneaux et J. Matricon, *Vibrations, ondes*, Ellipses, 2008.

F. Baskevitch, *Les représentations de la propagation du son, d'Aristote à l'Encyclopédie*, thèse de doctorat, Université de Nantes, 2008.

B. Valeur, *Lumière et luminescence*, Belin-Pour la Science, 2005.

R. Knobel, *An Introduction to the Mathematical Theory of Waves*, American Mathematical Society, 2000.

G. B. Whitham, *Linear and Nonlinear Waves*, John Wiley & Sons, 1974.

équations linéaires, que l'on peut analyser avec la technique des transformations de Fourier. Cela revient à représenter les solutions comme des intégrales (des sommes infinies) d'ondes sinusoïdales.

L'étude de telles équations d'onde, outre leur intérêt propre, met en évidence un phénomène ondulatoire nouveau par rapport à l'équation de d'Alembert : la dispersion. Cela signifie que les ondes sinusoïdales se propagent à des vitesses différentes, en fonction de la fréquence (ou de la longueur d'onde), ce qui n'était pas le cas avec la corde vibrante. Les composantes sinusoïdales d'une onde finissent alors par se séparer au fil du temps. La dispersion explique par exemple la décomposition par un prisme en verre de la lumière blanche, constituée d'ondes lumineuses de nombreuses fréquences. Elle explique aussi qu'une onde de forme initiale très localisée peut se déformer et s'étaler en se propageant, avec une amplitude qui diminue au fil du temps (même s'il n'y a pas dissipation d'énergie).

Par ailleurs, si les amplitudes des ondes ne peuvent pas être considérées comme petites, les équations qui les décrivent sont non linéaires. C'est fréquemment le cas, et les vagues à la surface de l'eau sont un exemple d'ondes non linéaires (décrites par l'équation dite de Korteweg-de Vries lorsque la profondeur peut être considérée comme faible). Du point de vue mathématique, les équations non linéaires sont



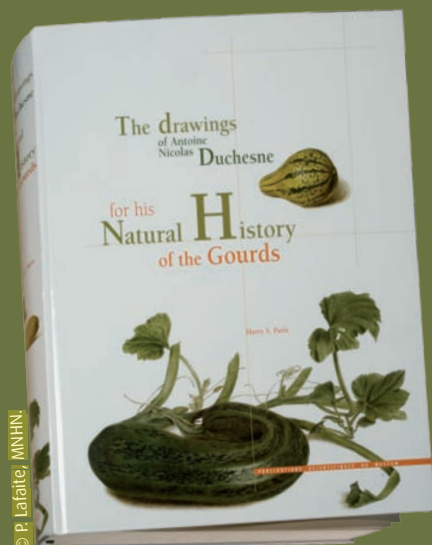
Après la publication des *Dessins de l'Histoire naturelle des fraisières*
dans la collection *Des Planches et des Mots*
les Publications scientifiques du Muséum présentent :

The drawings of Antoine Nicolas Duchesne for his *Natural History of the Gourds*

Harry S. Paris



© P. Lafaite, MNHN



Un livre monument !

Stéphane Deligeorges (France Culture)

Ce très bel ouvrage [...] permettra
de redécouvrir le travail de ce maître
jardinier reconnu et admiré par ses
pairs, pionnier de la génétique et de
l'évolution.

Marie-Hélène Loaëc (Jardins de France)

Un livre pour collectionneurs, qui
permet [...] d'admirer à loisir les
sublimes dessins de Duchesne avec
leur identification. Incomparable !

Patrick Mioulane (l'Officiel Jardin Motoculture)

Quasi une œuvre d'art qui comblera
les botanistes, mais aussi les
amoureux des potagers et de l'univers
fantastique du jardin !
Un ouvrage d'anthologie.

Paul Valtère (ici Paris)

Avec ce nouveau volume [...], non
seulement la place de Duchesne
dans l'histoire naturelle des courges
est finalement reconnue, mais il fait
pleinement honneur à son talent
de peintre-coloriste ainsi qu'à son
étonnante intelligence scientifique.

Antoine Jacobsohn (Pour la Science)

Une œuvre magistrale, patrimoniale
et artistique !

Joël Avril (France Info)

Ce volume met pour la première fois à la disposition d'un large lectorat
les reproductions en haute définition des 258 dessins de courges du genre
Cucurbita, illustrant une centaine de cultivars. Conservés à la Bibliothèque
centrale du Muséum national d'Histoire naturelle, ils ont été réalisés au
XVIII^e siècle par le talentueux Antoine Nicolas Duchesne, du Jardin du Roi à
Versailles, pionnier de la génétique et de l'évolution.

Cet ouvrage bilingue anglais-français, rédigé par le Dr Harry S. Paris,
spécialiste reconnu des cucurbitacées, s'adresse certes aux scientifiques
(botanistes, généticiens, agronomes, horticulteurs, historiens des
sciences) mais aussi à un large public incluant les jardiniers, les amateurs
de plantes cultivées et notamment de cucurbitacées. Son grand format
(320 mm x 440 mm), la diversité et la somptuosité des planches et la
qualité artistique de la présentation ne manqueront pas d'intéresser les
bibliophiles.

ISBN : 978-2-85653-604-9 • 31 octobre 2007 • 454 p. • 129 € TTC



PUBLICATIONS SCIENTIFIQUES DU MUSÉUM

Commandes et renseignements :

Muséum national d'Histoire naturelle
Publications scientifiques
Case postale 41 • 57 rue Cuvier • 75231 Paris cedex 05
Tél. : 01 40 79 48 05 • Fax : 01 40 79 38 40
diff.pub@mnhn.fr • www.mnhn.fr

La complexité :

un atout pour le retournement temporel des ondes

Mathias Fink

Dans certaines conditions, les ondes peuvent remonter le cours de leur vie et se focaliser précisément à l'endroit d'où elles ont été émises. C'est le principe du retournement temporel qui trouve sans cesse de nouvelles applications. La découverte la plus surprenante est que cette focalisation est d'autant plus efficace que le milieu traversé est complexe.

Contrôler les ondes, c'est-à-dire manipuler leur évolution temporelle et spatiale dans un environnement complexe trouve des applications dans des domaines aussi variés que la médecine, les télécommunications, la sismologie, la domotique, l'aviation, etc. Les premières techniques de contrôle des ondes ont été mises au point en optique : c'est le domaine de l'optique adaptative utilisée pour améliorer la qualité des images des étoiles qui arrivent sur Terre dégradées par la turbulence de l'atmosphère ou pour focaliser des faisceaux de lumière très intense à travers l'atmosphère. En utilisant des miroirs déformables, on parvient à gommer ces perturbations et à optimiser la focalisation et la qualité des images.

Curieusement, la complexité des milieux où se propagent les ondes n'est pas forcément un obstacle. Au contraire, nous allons examiner comment, dans certains milieux de propagation complexes, la qualité de la focalisation des ondes peut devenir bien meilleure que dans les milieux simples. C'est le cas des ondes focalisées par retournement temporel, c'est-à-dire ayant subi une opération après laquelle elles reviennent à leur point de départ, comme si l'on passait le film de leur pro-

pagation à l'envers. C'est le domaine des miroirs à retournement temporel, qui permettent de faire revivre à une onde toutes les étapes de sa vie passée.

Nous nous intéresserons à des milieux de propagation tellement complexes qu'une impulsion ondulatoire est déformée au cours de sa propagation au point que le signal reçu par un récepteur lointain ne ressemble en rien au signal émis par la source ; on qualifie ces milieux de dispersifs. On est confronté à ce type de difficultés, par exemple, quand un téléphone portable émet une impulsion électromagnétique très brève. Cette dernière est perçue dix rues plus loin comme un train d'impulsions correspondant à une superposition de nombreuses impulsions élémentaires provenant des multiples chemins parcourus par le signal entre la source et le récepteur : l'onde s'est réfléchiée sur de nombreux obstacles, donnant naissance à autant de signaux secondaires.

C'est le cas pour les ondes acoustiques subissant des réverbérations, mais aussi pour les ondes lumineuses, notamment pour des impulsions de lumière ultrabrèves qui se propagent dans un milieu diffusant (diffusant pour les physiciens de l'optique et diffuseur pour les acousticiens), tel le corps humain.

Comment parvient-on à traiter de tels signaux ? Après avoir rappelé le principe du retournement temporel, nous examinerons en quoi un milieu diffusant peut se révéler être un atout et nous évoquerons quelques-unes des applications possibles de ce phénomène.

Remonter le temps

Comment fonctionnent les miroirs à retournement temporel ? C'est d'abord en acoustique (sonore et ultrasonore) que ces techniques de manipulation d'ondes ont été mises au point dans les années 1990, car les faibles fréquences d'oscillation de ces ondes (de quelques kilohertz à quelques mégahertz) étaient alors compatibles avec la vitesse de stockage des informations dans les mémoires électroniques disponibles. Puis ces composants électroniques sont devenus si rapides que l'on a pu appliquer ces méthodes aux micro-ondes électromagnétiques utilisées dans les télécommunications et aux ondes radars (atteignant le domaine des gigahertz). Enfin, récemment, la possibilité de mesurer et de contrôler la modulation temporelle et spatiale d'ondes optiques a permis de réaliser les premières expériences de contrôle de la lumière à travers des milieux diffusants.